

Traitement Numérique de l'Image

Interprétation - Décision - Reconnaissance de Formes

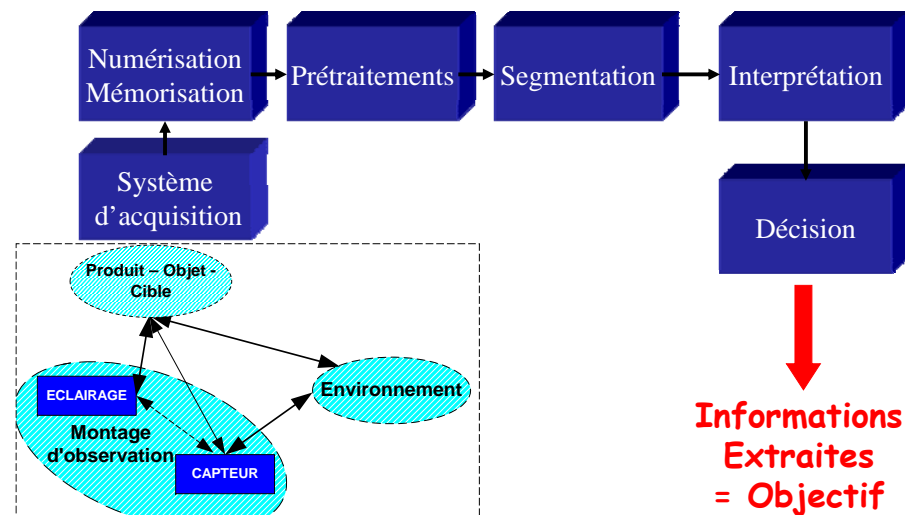
TELECOM Nancy 2A

Vincent Bombardier
(Mdc HC 61ème Section)

Centre de Recherche en Automatique de Nancy -UMR CNRS 7039-
Département: Ingénierie des Systèmes Eco-Technique
Projet Systèmes Intelligents Ambiants

ISET

Reconnaissance de Formes : Modèle de vision artificielle



Reconnaissance de Formes : Définitions

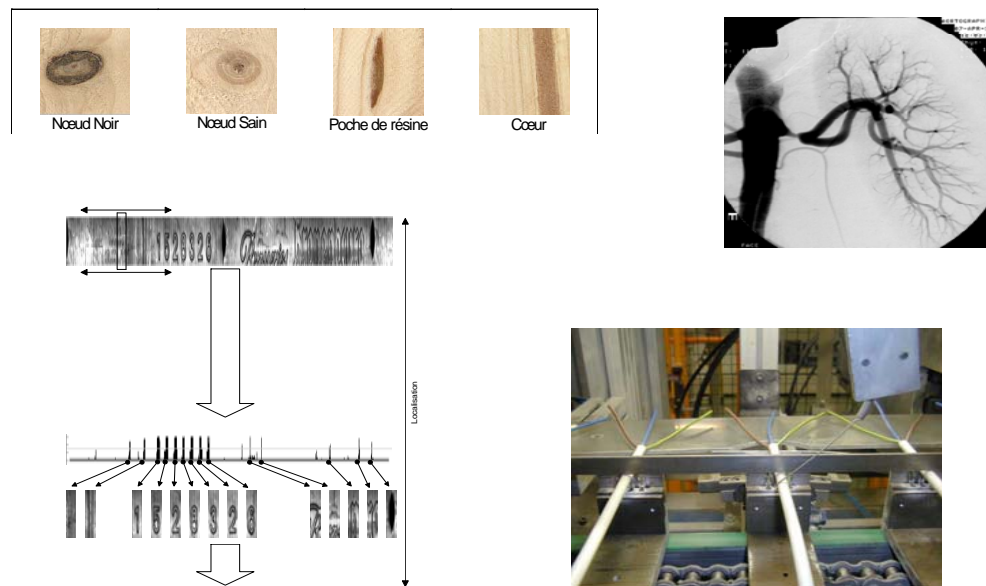
➤ Etapes de haut niveau: Intelligence Artificielle

↳ En fait regroupent plusieurs opérations souvent indissociables:

- la décision est intimement liée à l'objectif fixé
- l'interprétation également



Reconnaissance de Formes : Quelques exemples



Reconnaissance de Formes : Quelques problèmes de RdF

- C'est un rond, c'est un carré,
- le feu est vert,
- (je passe, ou je m'arrête)
- votre électrocardiogramme est normal
- c'est une facture téléphone

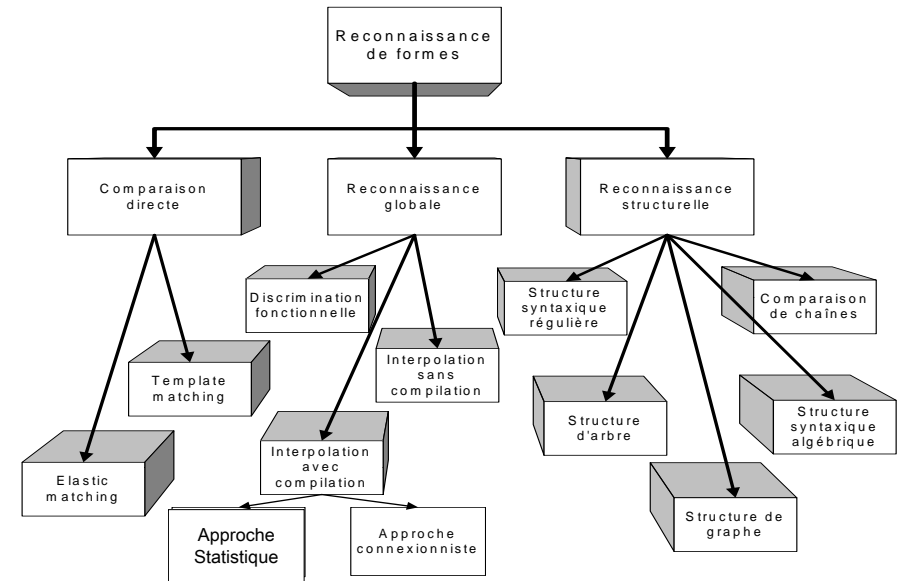
Distance avec des formes de références
Classe = action possible

Diagnostic = détection : signal ou bruit
Modèle = les « règles » (même source)

- odeur : c'est une madeleine
- caractère - écriture (c'est une lettre, un mot,...)
- parole (forme temporelle)
- voix (c'est Chirac aux guignol),
- visage (vision)
- identification (visage + voix + odeur + empreintes)
- une voiture
- il va peut-être pleuvoir

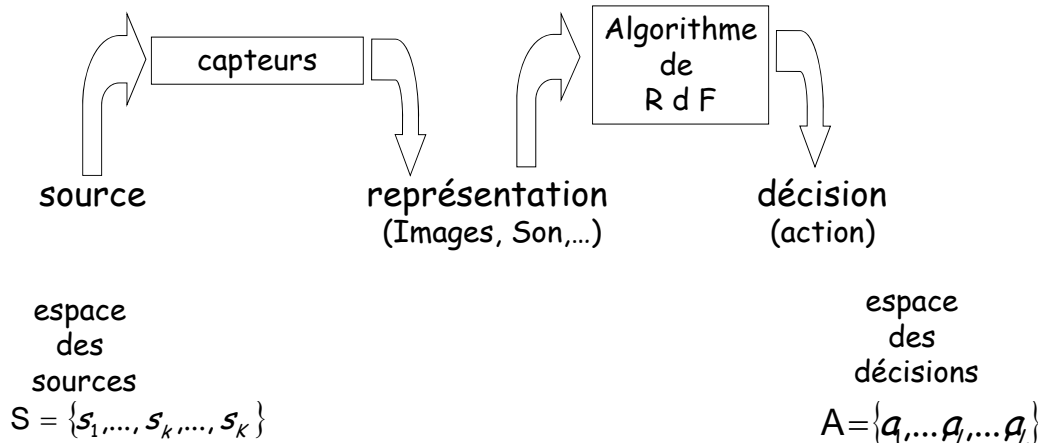
Capteur complexe Aspects humains
Complexité de la tâche
Modélisation par apprentissage
Temps (système évolutif : environnement)
Complexité de l'espace des caractéristiques
Invariances
Fusion - (informations hétérogènes)
Concept imprécis
Notion d'incertitude

Reconnaissance de Formes : Les différentes catégories de la RdF



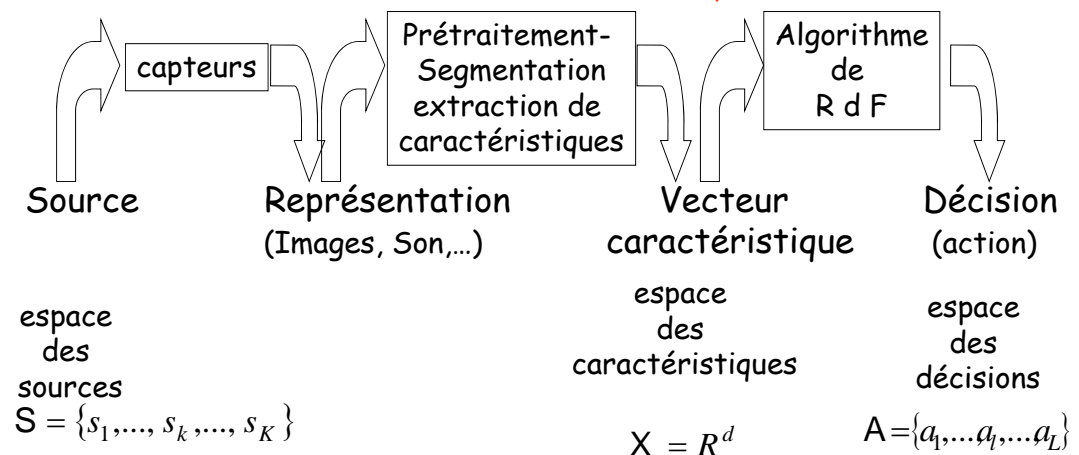
Reconnaissance de Formes : Les différentes phases : Méthodes de comparaison Directe

Template matching:
Corrélation, RdN,...



Reconnaissance de Formes : Les différentes phases : Méthodes de reconnaissance globale 1/4

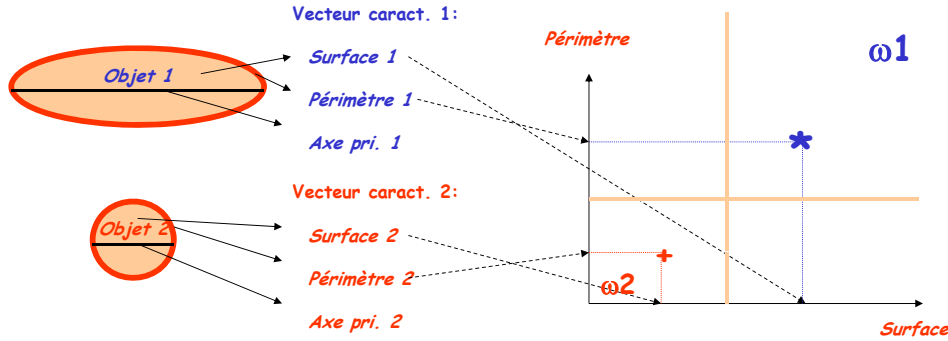
Discrimination, Caractérisation :
Bayes, Parzen, k-ppv, Moyenne-mobile,...



Reconnaissance de Formes :

Les différentes phases :
Méthodes de reconnaissance globale 2/4

On appelle **caractéristique** (ou descripteur) une information qui peut être mesurée sur la forme à reconnaître.
Le vecteur caractéristique est composé des plusieurs caractéristiques choisies pour représenter la forme (Espace de représentation)



Reconnaissance de Formes :

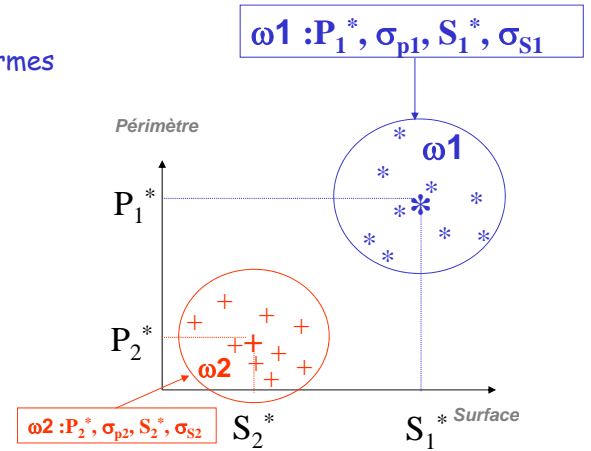
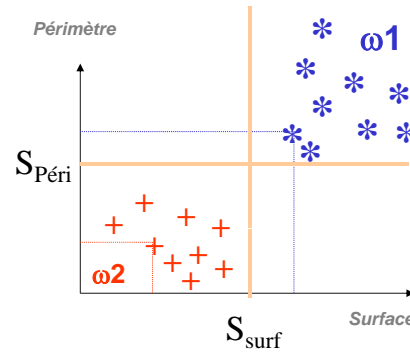
Les différentes phases :
Méthodes de reconnaissance globale 3/4

En extension (caractérisation):

- ↳ Un ou plusieurs exemplaires : Prototypes de la classe (K-ppv).
- ↳ Ensemble d'exemplaires "résumés" : Modèle de la classe (gaussienne).

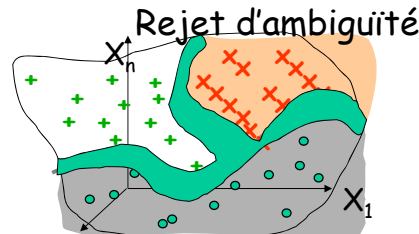
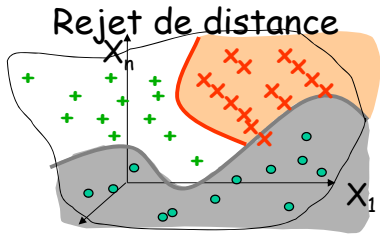
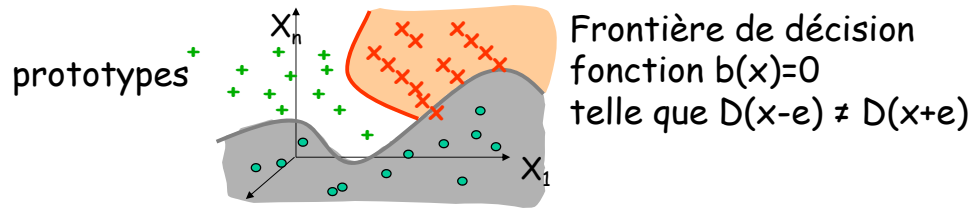
En intension (discrimination):

- ↳ Un sous espace de R^n .
- ↳ Une frontière entre les formes



Reconnaissance de Formes :

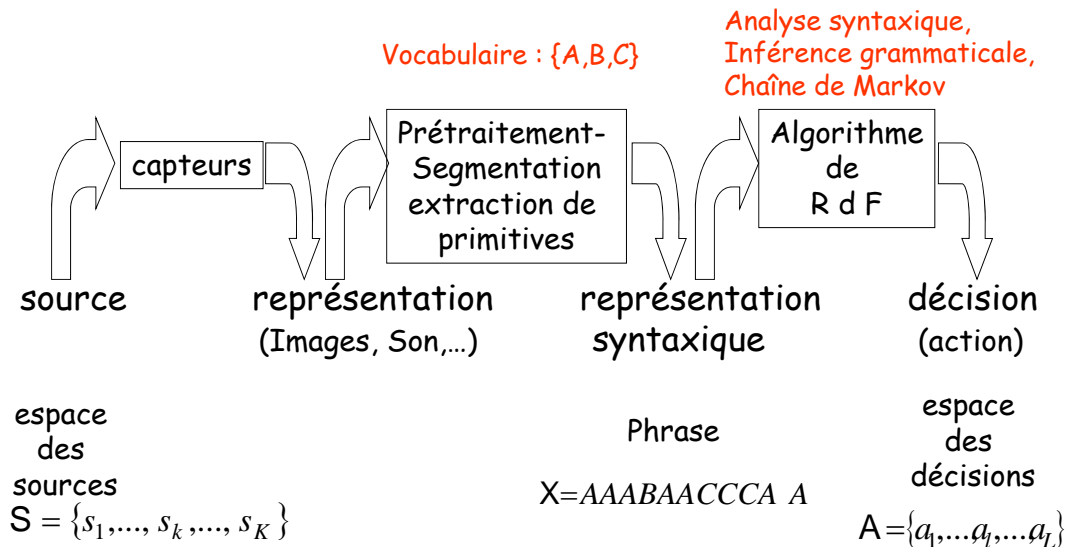
Les différentes phases :
Méthodes de reconnaissance globale 4/4



Variabilité intra-classe et séparabilité des classes :
Minimiser la distance intra-classe
Maximiser la distance inter-classes

Reconnaissance de Formes :

Les différentes phases :
Méthodes de reconnaissance structurelle

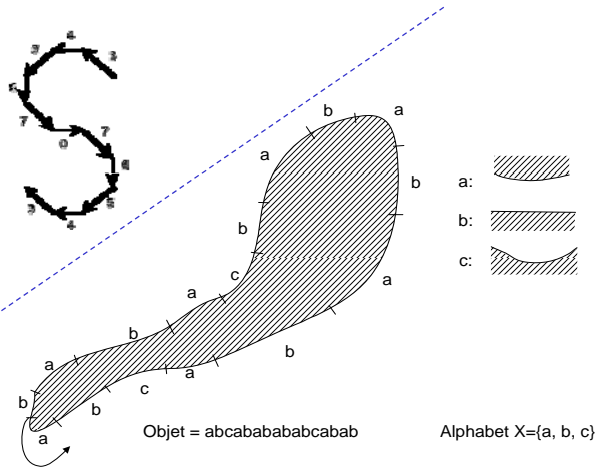


Reconnaissance de Formes :

Les différentes phases :
Méthodes de reconnaissance structurelle

➤ On appelle **primitive** une composante élémentaire d'une forme, les primitives ne sont pas décomposables. Par exemple : un segment de droite, une boucle ...

Lettre S formée de segments
(munis des codes de Freeman) :



Mardi 6 octobre 2015

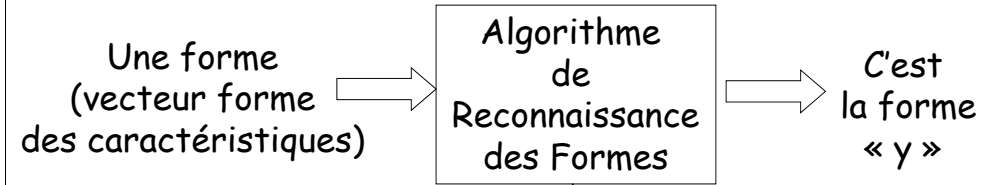
Vincent Bombardier

t13

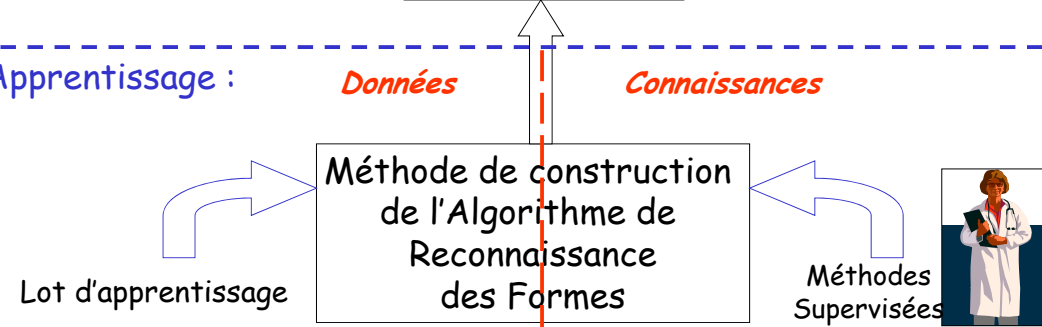
Reconnaissance de Formes :

Buts de la RdF
2 points de vue : utilisateur - concepteur

Utilisation :



Apprentissage :



Mardi 6 octobre 2015

Vincent Bombardier

t14

Reconnaissance de Formes :

Difficultés de la RdF 1/2

➤ L'apprentissage :

ce qu'un bébé réalise en deux ans, aucune machine n'est aujourd'hui capable de la réaliser. (besoin d'exemples)

➤ Problèmes : « par cœur », taille des lots, choix du lot d'apprentissage, ordre d'occurrence des échantillons,...

➤ Auto apprentissage : horizon d'observation, facteur d'oubli,...

➤ Méthode du « laissé pour compte » :

↳ donne un taux représentatif dans le cas où on a peu d'échantillons

➤ Choix du nombre de classes : classes surnuméraires

Mardi 6 octobre 2015

Vincent Bombardier

t15

Reconnaissance de Formes :

Difficultés de la RdF 2/2

➤ Evaluation des performances :

Taux d'Erreur ou *Taux de Reconnaissance* : évaluation duale

Mémorisation : taux calculé sur le lot d'apprentissage

Généralisation : taux calculé sur un lot test « inconnu »

Erreur totale : erreur de mémorisation + erreur de généralisation

➤ Modéliser l'information, dépasser la complexité

➤ Fusion de données hétérogènes

➤ Sélection d'entrées

➤ Prise en compte du temps

➤ Représentation des incertitudes

➤ Gestion des imprécisions

Mardi 6 octobre 2015

Vincent Bombardier

t16

Reconnaissance de Formes : Différentes « formes » de RdF

➤ Classification :

↪ Modèle de classes / Frontières de classes

➤ Détection de défauts :

↪ Modélisation de la « non-normalité »

➤ Identification :

↪ Modélisation d'individus parmi des inconnus

➤ Vérification

↪ Identification d'un individu d'un ensemble connu sans étiquetage

➤ Reconnaissance de formes

↪ Etiquetage d'un individu parmi un ensemble connu

Mardi 6 octobre 2015

Vincent Bombardier

117

Reconnaissance de Formes : Théorème de Bayes (et non la règle)

loi à priori $P(\omega_i)$

loi à posteriori $P(\omega_i | x)$

vraisemblance $f_x(x, \omega_i)$ (analogue à $P(x | \omega_i)$)

loi mélange $f_x(x) = \sum_{i=0}^M P(\omega_i) f_x(x, \omega_i)$

$$\text{théorème de Bayes : } P(\omega_i | x) = \frac{P(\omega_i) f_x(x, \omega_i)}{f_x(x)}$$

Mardi 6 octobre 2015

Vincent Bombardier

118

Reconnaissance de Formes : Règle de Bayes

Pour $f_x(x, \omega_k)$ et $P(\omega_k)$ donnés

probabilité d'erreur d'une règle de décision (classifieur):

$$J(D) = P(D(X) \neq \Omega)$$

le meilleur classifieur possible: D^*

$$D^* = \operatorname{argmin}_{D \in \mathcal{D}} P(D(X) \neq \Omega) = \operatorname{argmin}_{D \in \mathcal{D}} J(D)$$

Définitions : - D^* est appelée **règle de Bayes**

c'est la règle qui donne la plus petite probabilité d'erreur

- le problème qui consiste à rechercher D^* est le **problème de Bayes**

- $J^* = J(D^*)$ est appelée **l'erreur de Bayes**

Mardi 6 octobre 2015

Vincent Bombardier

119

Reconnaissance de Formes : Règle de Bayes

Coût minimum = Maximum A Posteriori
= minimum d'erreur

$$C(i, \omega_j) = \begin{cases} 1 & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases} \quad i, j = 0, M$$

$$C(-1, \omega_j) = a \quad j = 0, M$$

$$R(x) = \sum_{i=0}^M C(d(x), \omega_i) \Pr(\omega_i)$$

On affecte x à la classe ω_j si :

$$P(\omega_i | x) = \max_{j=0, M} (P(\omega_j | x)) \quad \text{et } P(\omega_i | x) \geq 1 - a$$

Mardi 6 octobre 2015

Vincent Bombardier

120

Reconnaissance de Formes : Théorème fondamental

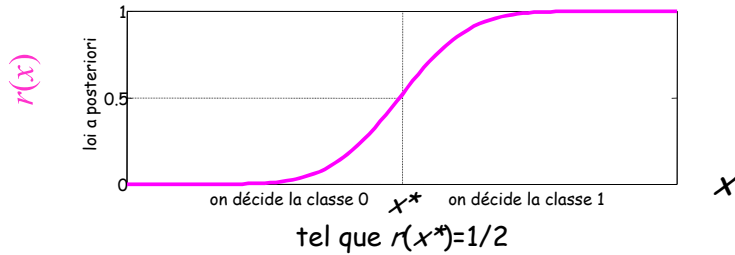
Définition : règle de décision du maximum « a posteriori »

$$D^*(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } P(\omega_1|x) = r(x) > 1/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Théorème : - D^* est la règle de Bayes

(celle qui minimise la probabilité d'erreur)

- $J^* = J(D^*) = P(D^*(x) \neq \Omega)$ est la plus petite erreur possible (et donc de coût minimal dans le cadre deux classes 0-1)



Reconnaissance de Formes : Illustration : cas Gaussien 1/3

Probabilité a priori : $\hat{P}(\omega_i) = \frac{N_i}{N}$

Estimateur de moyenne et de variance – covariance :

$$\mu^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad \Sigma^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \mu^*)(X_i - \mu^*)^\dagger$$

Probabilité a posteriori :

$$p(\omega_i|X) = p(X|\omega_i)P(\omega_i) = \frac{P(\omega_i)}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma_i^*|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} (X - \mu_i^*)^\dagger \Sigma_i^{*-1} (X - \mu_i^*)\right]$$

Critère de distance :

$$d_i(X) = (X - \mu_i^*)^\dagger \Sigma_i^{*-1} (X - \mu_i^*) + [\ln|\Sigma_i^*| - 2\ln P(\omega_i)]$$

Reconnaissance de Formes : Illustration : cas Gaussien 2/3

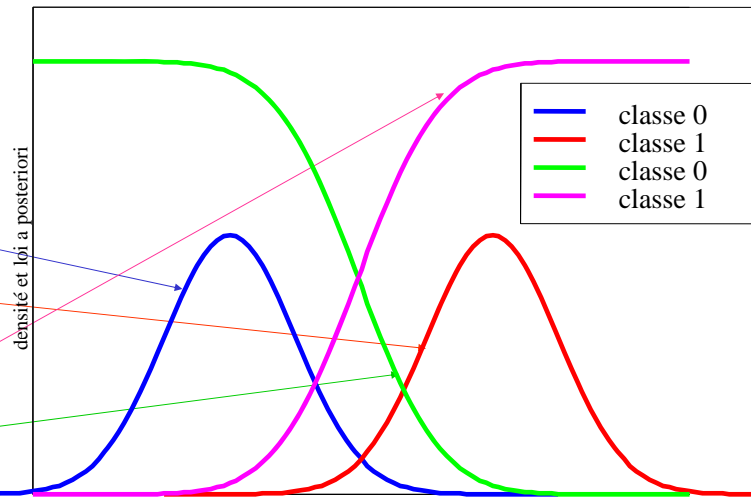
Illustration 1d pour deux classes

$$f_X(x,0) \sim \mathcal{N}(\mu_0, I)$$

$$f_X(x,1) \sim \mathcal{N}(\mu_1, I)$$

$$r(x) = P(S=1|x)$$

$$P(S=0|x) = 1-r(x)$$

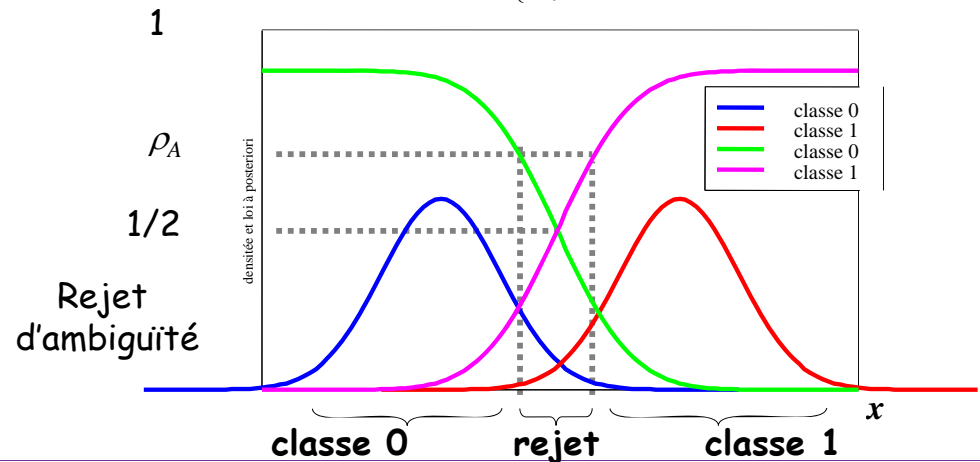


Reconnaissance de Formes : Rejet : règle de Chow

Définition :

Règle de décision du maximum « a posteriori »

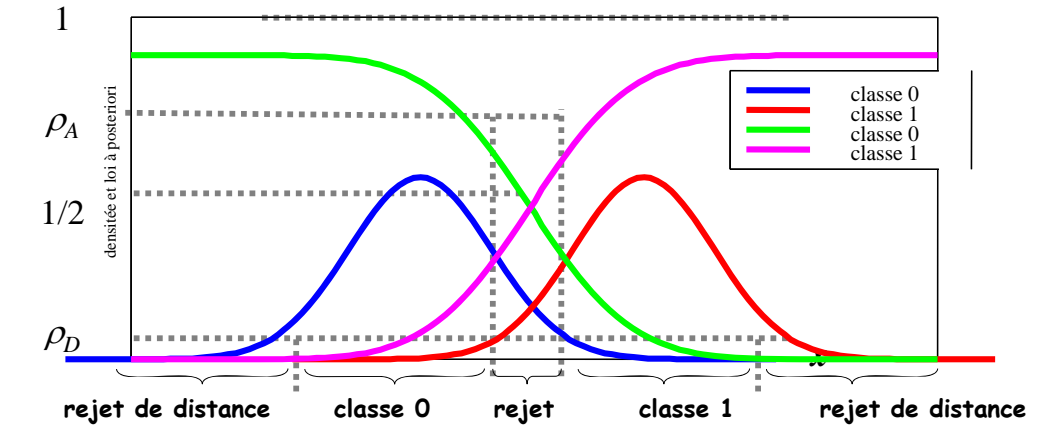
$$D^*(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } P(\omega_1|x) = r(x) > \rho_A \geq 1/2 \\ 0 & \text{si } P(\omega_0|x) = 1 - r(x) > \rho_A \geq 1/2 \\ \text{rejet} & \text{sinon} \end{cases}$$



Reconnaissance de Formes : Rejet de distance (Dubuisson)

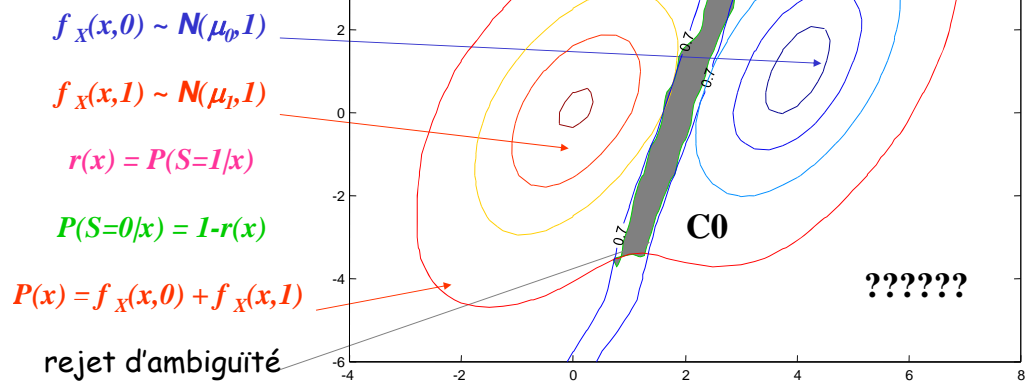
$\rho_D = 0.1$ et $\rho_A = 0.5$:
règle du MAP
(bayes pour le coût 0-1)

$$D^*(x) = \begin{cases} \text{si } P(x) \leq \rho_D & \text{rejet de distance} \\ \text{sinon :} & \\ \text{si } P(\omega_1|x) = r(x) > \rho_A \geq 1/2 & \text{classe 1} \\ \text{si } P(\omega_0|x) = 1 - r(x) > \rho_A \geq 1/2 & \text{classe 0} \\ \text{sinon} & \text{rejet d'ambiguïté} \end{cases}$$

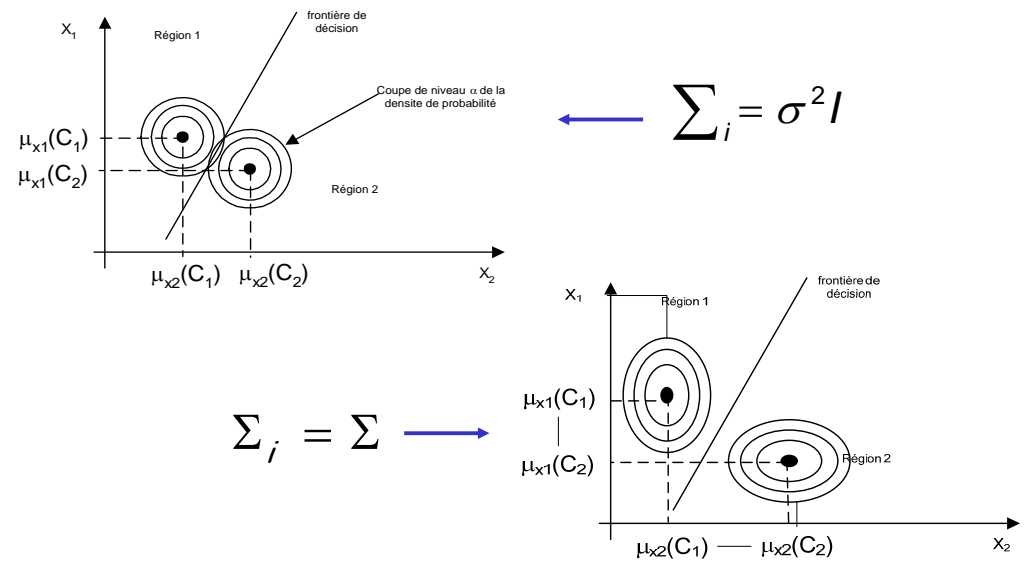


Reconnaissance de Formes : Illustration : cas Gaussien 3/3

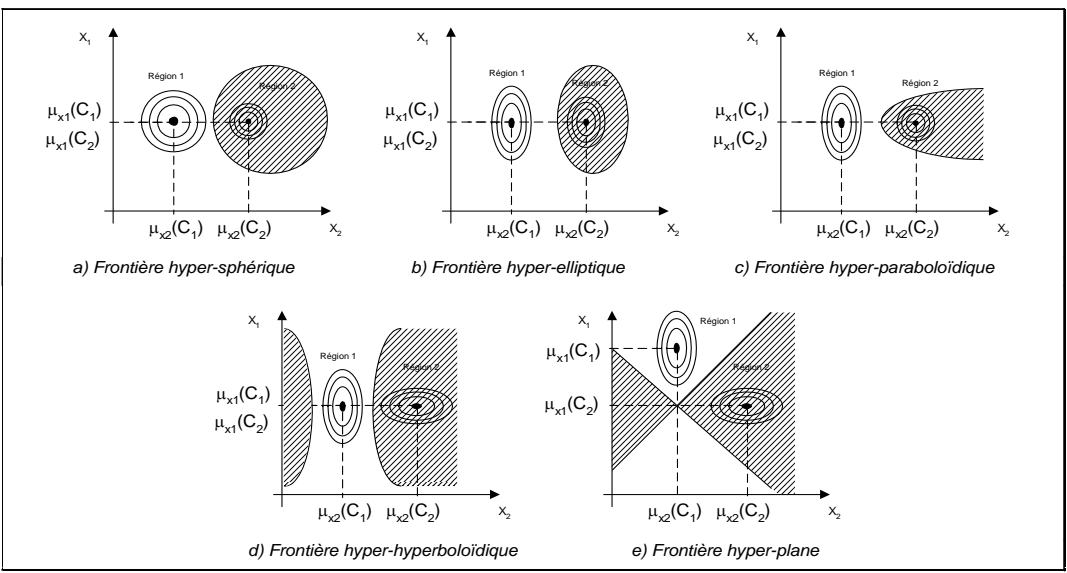
Illustration 2d pour deux classes



Reconnaissance de Formes : Discrimination Bayésienne multi-cas, avec des σ_i caractéristiques

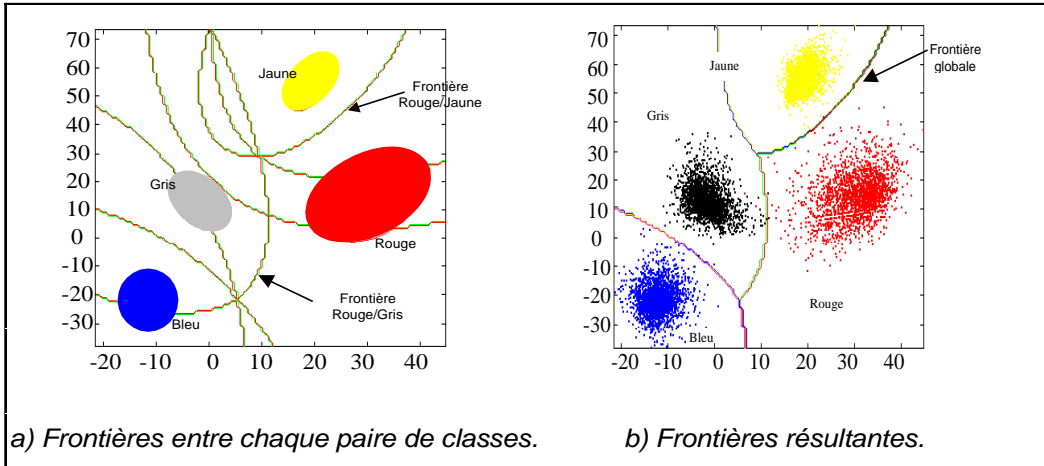


Reconnaissance de Formes : Discrimination Bayésienne multi-cas, avec des σ_i quelconques



Reconnaissance de Formes :

Discrimination Bayésienne multi-cas, avec des σ_i quelconques



Reconnaissance de Formes :

Bayes : stratégie de Base

1. Estimer $P(x / \omega_k)$ et $P(\omega_k)$
2. Retrouver la règle de Bayes

Alternative : minimiser directement la probabilité d'erreur (estimer une densité est un problème très difficile)

la base d'apprentissage = l'échantillon

= ensemble de couples (caractéristiques - étiquette)

$$((X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_i, Y_i), \dots, (X_n, Y_n))$$

un classifieur: $D_n(x)$

une erreur de classification: $J_n = J(D_n(x))$

$$J_n = P(D_n(X) \neq \Omega | (X_1, Y_1, X_2, Y_2, \dots, X_i, Y_i, \dots, X_n, Y_n))$$

Reconnaissance de Formes :

Bayes : conclusion

➤ Un problème de reconnaissance des formes selon Bayes se caractérise par

- ↳ une loi à priori, une vraisemblance (souvent inconnues),
- ↳ une fonction coût et un lot d'échantillons (souvent connus).

➤ La meilleure solution possible (souvent inconnue) : la règle de Bayes

- ↳ c'est le Maximum A Posteriori qui minimise la probabilité d'erreur

Il faut en plus faire du rejet

Reste à savoir comment approcher

la règle de Bayes à partir du lot d'échantillons

Deux stratégies sont possibles :

1. Approcher les lois inconnues puis appliquer le principe du MAP (la « règle de Bayes » sur une approximation des lois)
2. Minimiser directement une estimation de la probabilité d'erreur

Méthode de Référence

Reconnaissance de Formes : Méthode globale avec compilation non supervisée (classification) Les Moyennes Mobiles ou K-Means

- 1- Choisir le nombre M' de classes qu'on veut détecter.
- 2- Choisir arbitrairement les moyennes $\mu_1, \dots, \mu_{M'}$ de ces M' classes.
- 3- Affecter chaque x_i de l'ensemble d'apprentissage à une classe.
 Il y a plusieurs possibilités : affectation à la classe représentée par la moyenne dont x_i est le plus proche en fonction de la métrique choisie, faire une hypothèse gaussienne et employer la règle de Bayes.
 La règle d'affectation peut inclure du rejet de distance, ce qui peut permettre de faire évoluer le nombre M' fixé a priori.
- 4- Recalculer les moyennes de chaque classe en utilisant la structuration précédente.
- 5- Arrêt si les vecteurs moyennes n'ont pas évolué, sinon aller en 3.

Choix d'une Distance $d(x, y)$:

Euclidienne : $d(x, y) = (x - y)^T (x - y)$

Max : $d_m(x, y) = \max_{i=1, d} (x_i - y_i)$

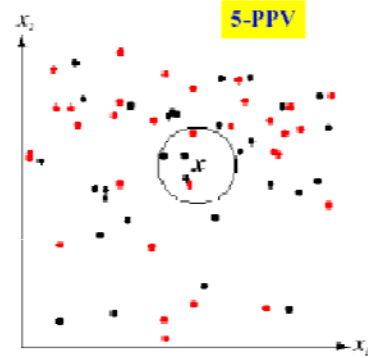
City-Block (Manhattan) : $d_c(x, y) = \sum_{i=1}^d |x_i - y_i|$

Mahalanobis : $d_M(x, y) = (x - y)^T \Sigma^{-1} (x - y)$

Reconnaissance de Formes : Méthode globale sans compilation non paramétrique Les K-Plus Proches Voisins

$$\mathbf{x} \in \omega_i \text{ si } \exists k \text{ tel que } |\mathbf{x} - \mathbf{x}_{ik}| \leq |\mathbf{x} - \mathbf{x}_{jl}| \quad j = 1, \dots, c \quad l = 1, \dots, n$$

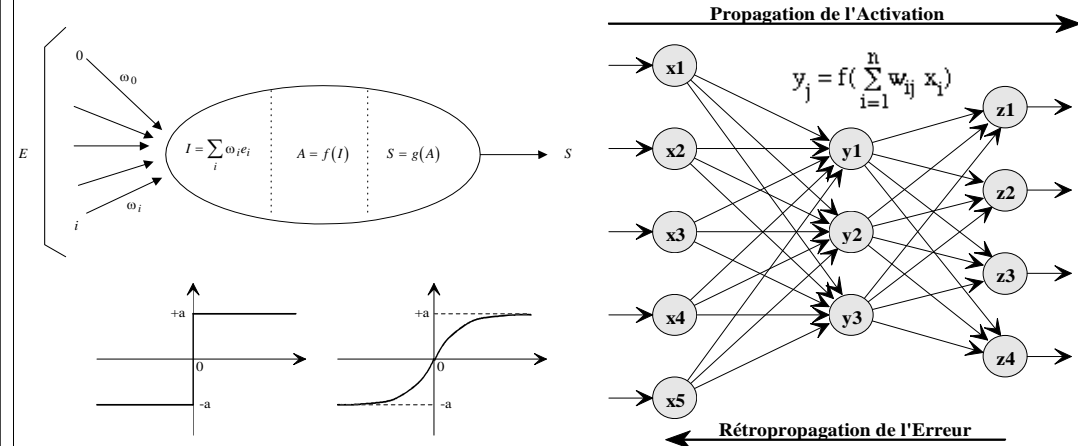
- Aucune analyse nécessaire (modèle...)
- Aucun calcul de probabilité (densité)
- OK pour toutes les densités (par ex.: multimodales)
- Nécessité de conserver tous les échantillons d'entraînement
- Nombreuses mesures de distance
- Sensible au bruit! (faux échantillons « outliers »)
- Non-paramétrique
 - ☞ Flexible et ajustable à toutes les densités
 - ☞ Nécessité de conserver tous les échantillons
 - ☞ Nombreux échantillons nécessaires pour bien « échantillonner » l'espace des attributs



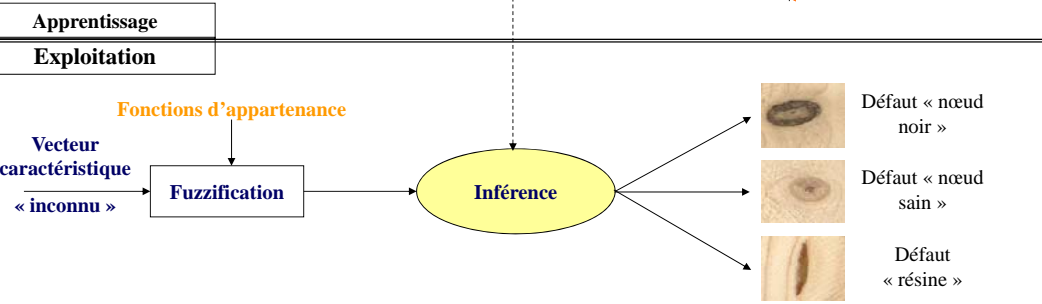
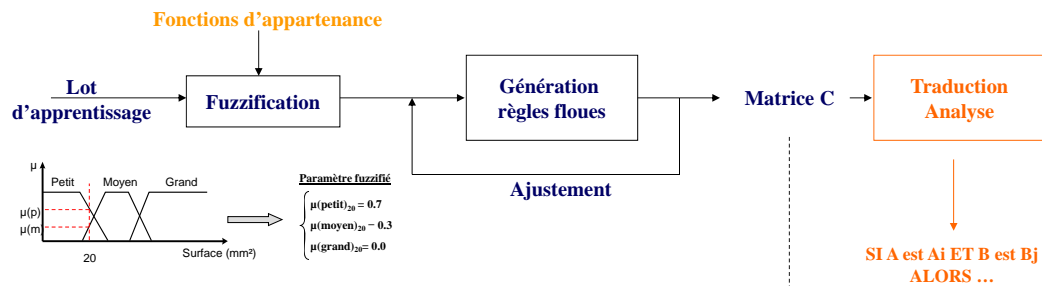
Reconnaissance de Formes : Méthode globale avec compilation non paramétrique non bayésienne Les Réseaux de Neurones

En 57, Rosenblatt propose le Perceptron dont la structure se décompose en 3 couches :

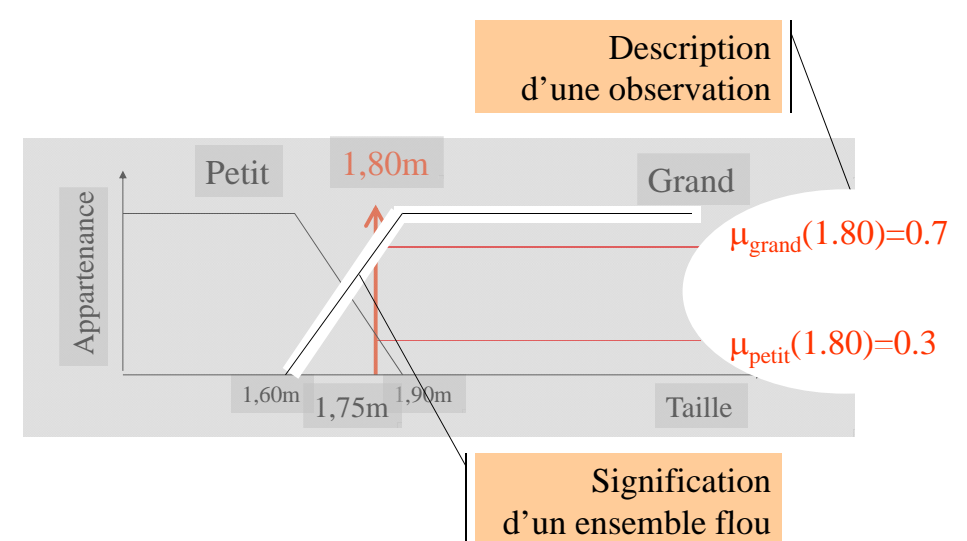
- Couche d'entrée appelée aussi rétine (par analogie à l'organe visuelle)
- Couche d'éléments associatifs réalisant la composition des stimuli pondérés d'entrée.
- Couche de sortie ou de décision établissant la réponse au problème



Reconnaissance de Formes : Classification par Règles Linguistiques Floues



Reconnaissance de Formes : Sous-ensemble flou (Zadeh, 1965)



Reconnaissance de Formes :

Règles Floues

➤ Raisonnement : Permet de décrire la perception que le système a des défauts qui lui ont présentés

↳ Raisonnement par le Modus Ponens Généralisé

↳ Utilisation de règles conjonctives (pseudo-implication)

↳ *Forme générale d'une règle floue :*

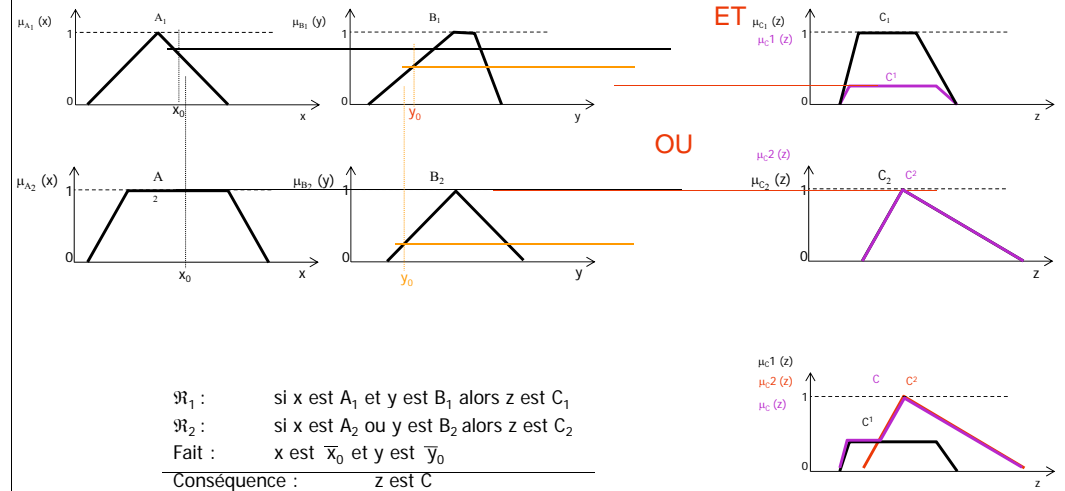
SI x_1 est A_i ET SI x_2 est A_j ALORS x_3 est dans la classe de défaut C_i

→ Chaque règle fournit une conclusion partielle agrégée aux autres par un opérateur flou de disjonction

↳ Inférence repose sur le modèle de Larsen (Max - Produit)

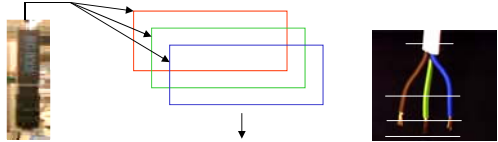
Reconnaissance de Formes :

Mécanisme d'Inférences floues de type Larsen

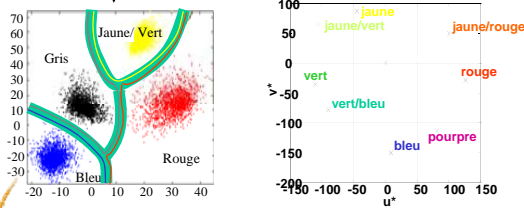


Reconnaissance de Formes :

Reconnaissance couleur



Conversion RGB / CIE 1976 LUV

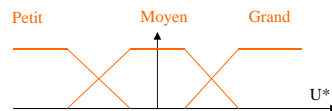


Fuzzification $L^* u^* v^*$

Décision : C'est un fil de masse

Degré d'appartenance à chaque classe

Inférence :
Si U^* est moyen et V^* est grand et L^* est grand alors couleur est Jaune/Vert



Reconnaissance de Formes :

Conclusions

- Le "No Free Lunch Theorem" dit qu'en l'absence d'information a priori sur le problème à traiter, il n'y a pas d'algorithme d'apprentissage supérieur à un autre!
- Il y a autant de problèmes pour lesquels un algorithme est supérieur à un autre qu'il y a de problèmes où c'est l'inverse!
- En moyenne, sur tous les problèmes de classification possibles, les algorithmes de classifications ont les mêmes performances!
- Le "Ugly Ducking Theorem" dit qu'il n'y a pas d'ensemble de caractéristiques meilleur qu'un autre pour l'ensemble des problèmes (ou en l'absence d'a priori sur la nature du problème).
- La qualité d'un ensemble de caractéristiques dépend donc du problème.
- Ensemble ces deux théorèmes nous disent qu'il n'y a tout simplement pas d'algorithme ou ensemble de caractéristiques "universellement" meilleur
- La théorie et les algo. ne suffisent donc pas! Il faut connaître le problème.

La RdF est un sujet empirique!

Comme le traitement d'Images ☹️