Traitement Numérique de l'Image

Pré-Traitements

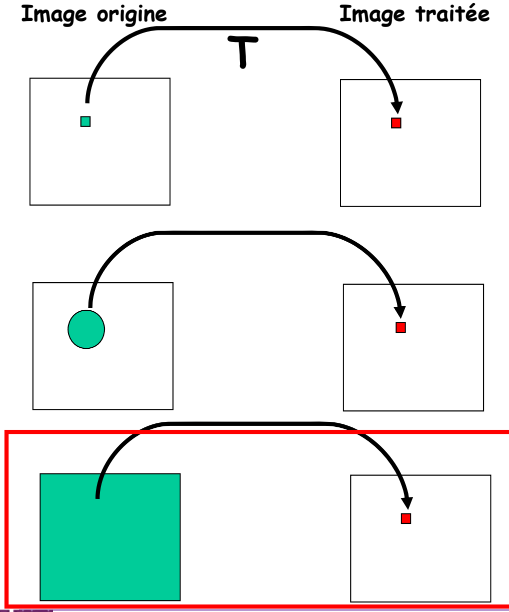
TELECOM Nancy 2ème Année

Vincent Bombardier
(MdC HC 61ème Section)

Centre de Recherche en Automatique de Nancy -UMR CNRS 7039-
Département: Ingénierie des Systèmes Eco-Technique
Projet Systèmes Intelligents Ambiants

ISET

Pré-traitements : 3 catégories de traitements



Traitement au niveau du pixel:
$g(i_0,j_0)=T[f(i_0,j_0)]$
Look Up Table, Histogramme

Traitement aux environs du pixel:
$g(i_0,j_0)=T[f(V)]$
V:voisinage de (i_0,j_0)
Filtrage linéaire, non-linéaire, Morphologie mathématique

Traitement global: $g(i_0,j_0)=T[f(i,j)]$
Transformée Cosinus, Fourier, ondelettes...

Pré-traitements : Transformée de Fourier

- Analyse spectrale d'une image :
  - Une image est un signal : on peut en analyser les fréquences et les caractéristiques spectrales
  - L'outil de base est la Transformée de Fourier Discrète
  - Dans la pratique, on utilise l'algorithme de la FFT (Fast Fourier Transform)
- Notion de fréquence dans une image :
  - Basses fréquences : régions homogènes, floues
  - Hautes fréquences : contours, changements brusques d'intensité, bruit.

Pré-traitements : Transformée de Fourier

- La plus grande partie de l'énergie d'une image se situe dans les basses fréquences.

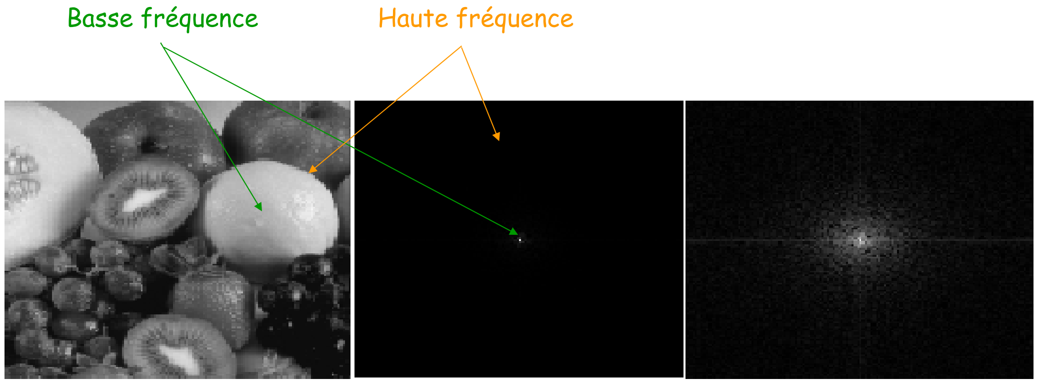


Image Origine — Spectre de Fourier $|F(u,v)|$ — Spectre de Fourier $\text{Log}(1 + |F(u,v)|)$

Pré-traitements : Transformée de Fourier

La transformée de Fourier permet la décomposition d'un signal f en *combinaison linéaire de sinusoïdes complexes*, dont les coefficients $F[u,v]$ dit *coefficients de Fourier*, fournissent des informations sur les *fréquences* (u,v) et permettent des manipulations dans le *domaine fréquentiel*.

Transformée de Fourier discrète bidimensionelle :

(x,y) sont les coordonnées du *domaine spatial*

Directe :

$$F[u,v]=\sum_{x=0}^{w-1}\sum_{y=0}^{h-1} f[x,y]e^{-2i\pi(ux+vy)/wh}$$

(u,v) sont les coordonnées du *domaine fréquentiel*

Inverse :

$$f[x,y]=\frac{1}{wh}\sum_{u=0}^{w-1}\sum_{v=0}^{h-1} F[u,v]e^{2i\pi(ux+vy)/wh}$$

Propriétés de la transformée de Fourier (1) :

ÉCRITURE SOUS FORME MODULE / PHASE $F[u,v]=\|F[u,v]\|e^{i\varphi[u,v]}$

PÉRIODICITÉ $F[u,v]=F[u+w,v+h]$

SYMÉTRIE

Si F est la transformée de Fourier d'une fonction réelle f:

$F[u,v]=\overline{F[-u,-v]}$ et donc : $\|F[u,v]\|=\|F[-u,-v]\|$ et $\varphi[u,v]=-\varphi[-u,-v]$

Pré-traitements : Transformée de Fourier

Image initiale → *FFT* → Image transformée

Image initiale ↓ *Filtrage spatial (convolution)* ↓ Image filtrée

Image transformée ↓ *Filtrage spectral (multiplication)* ↓ Image transformée filtrée

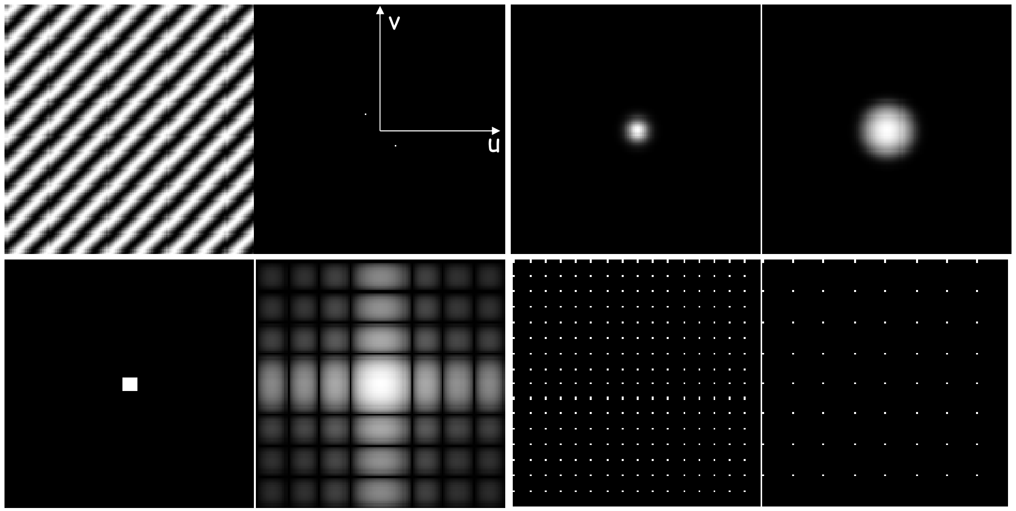
Image transformée filtrée → *FFT-1* → Image filtrée

*Dans le **domaine spatial**, le filtrage se fait par **convolution**.*
*Dans le **domaine spectral**, il se fait par **multiplication** (ou **masquage** de l'image).*

Pré-traitements : Transformée de Fourier

➢ Transformées de Base:

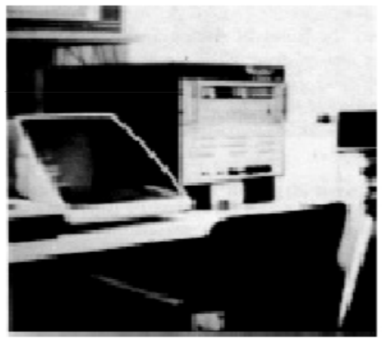
Sinus Gausienne

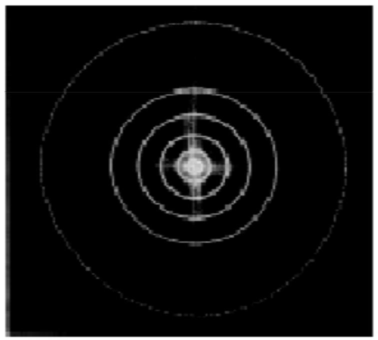


Carré Impulsions

Pré-traitements : Transformée de Fourier

➢ Bandes de Fréquences:





Pourcentage de l'image inclus dans les cercles (plus petit au plus grand) :

90%, 95%, 98%, 99%, 99.5%, 99.9%

Pré-traitements : Transformée de Fourier

➢Influence de la phase:

Image A

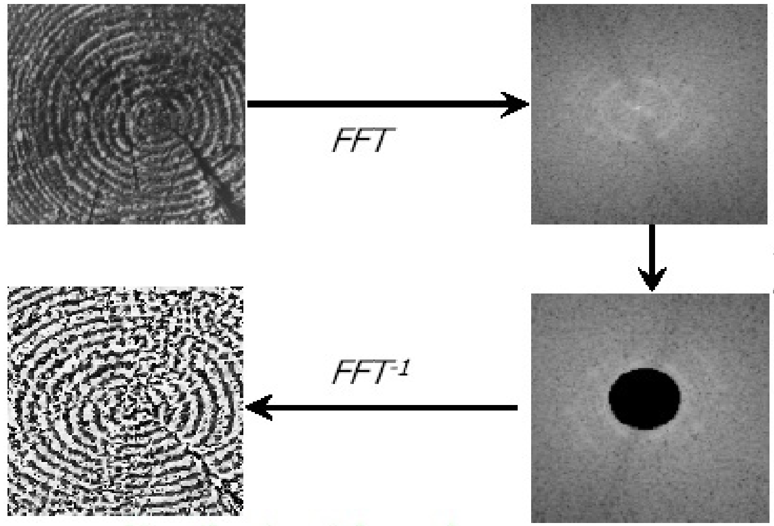
Image B

Image A avec la phase de l'image B

Image B avec la phase de l'image A

Pré-traitements : Transformée de Fourier

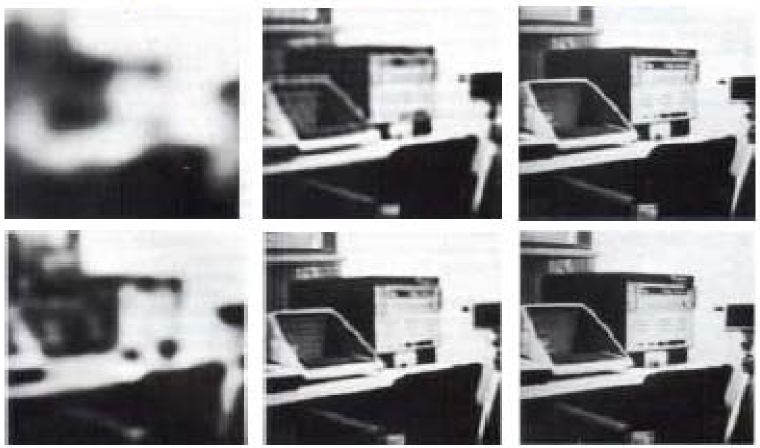
➢Principe:



Pré-traitements : Transformée de Fourier

➢Filtrage Passe Bas:

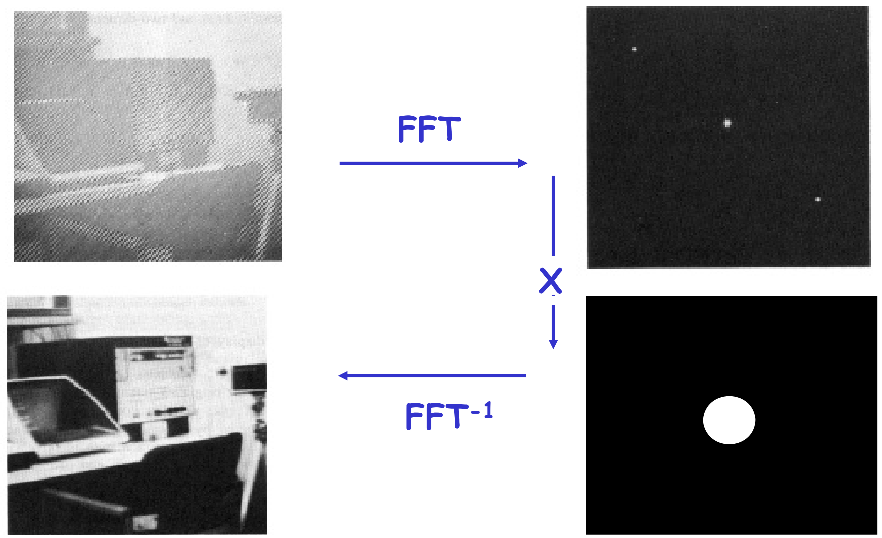
90% 98% 99.5%



95% 99% 99.9%

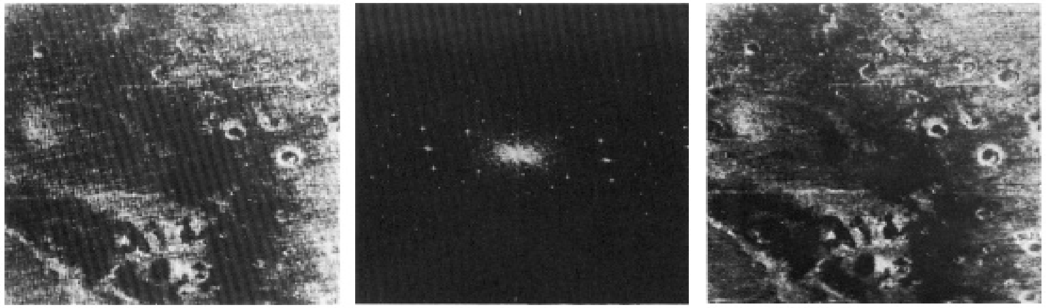
Pré-traitements : Transformée de Fourier

➢Filtrage Passe Bas: Suppression du bruit



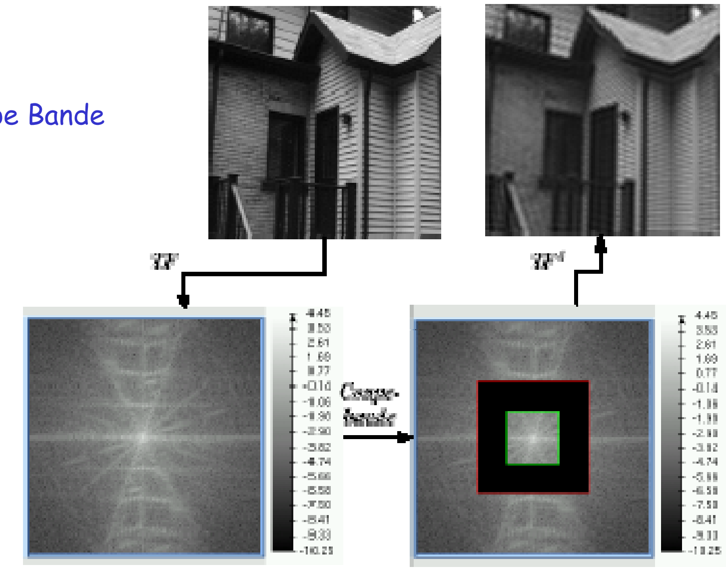
Pré-traitements : Transformée de Fourier

➢Filtrage Passe Bas: Suppression du bruit



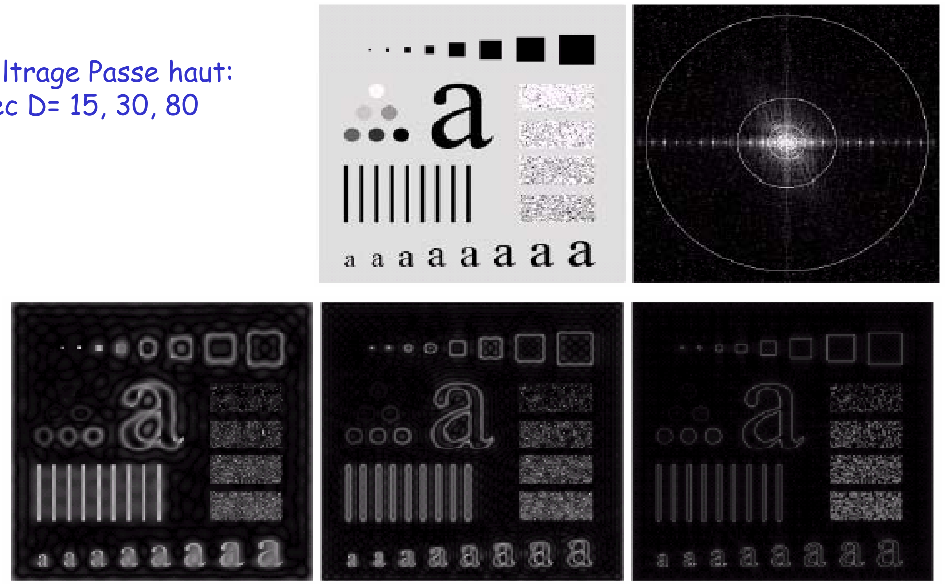
Pré-traitements : Transformée de Fourier

➢Filtrage Coupe Bande



Pré-traitements : Transformée de Fourier

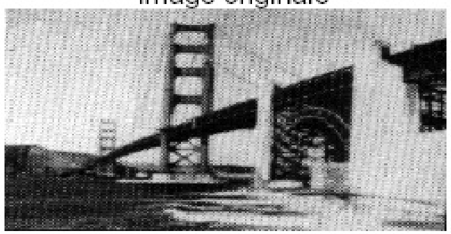
➢Filtrage Passe haut:
Avec D= 15, 30, 80



Pré-traitements : Transformée de Fourier

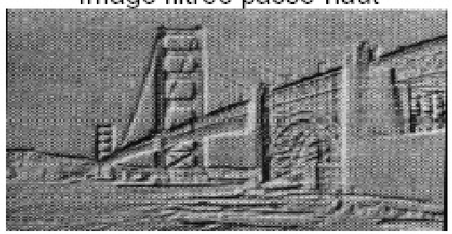
➢Rehaussement de contraste :
➢Image origine + Image Filtrée Passe-Haut

Image originale

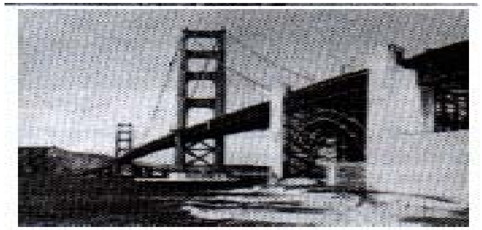


+

Image filtrée passe-haut



=



Pré-traitements : Transformée de Fourier

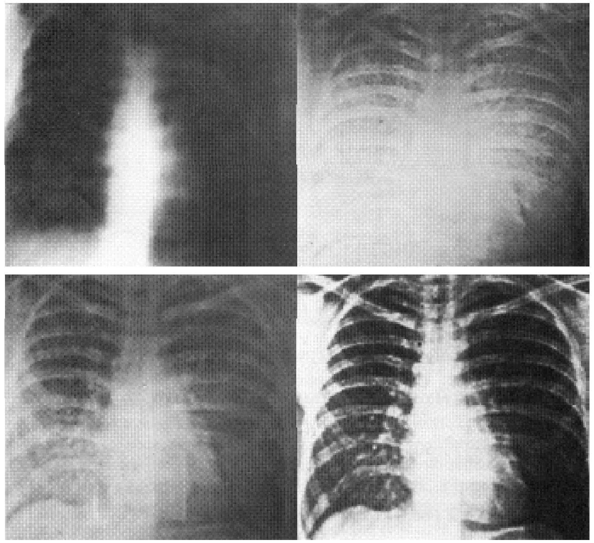
➢Exemple :

Image originale

Image filtrée passe-haut

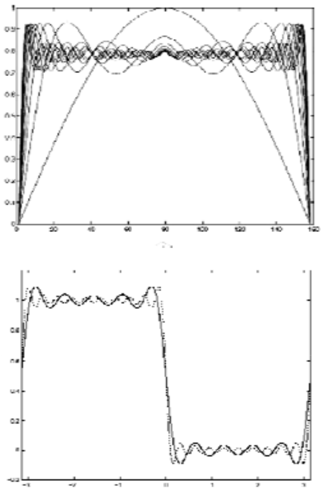
Image rehaussée

Image rehaussée + égalisation d'histogramme



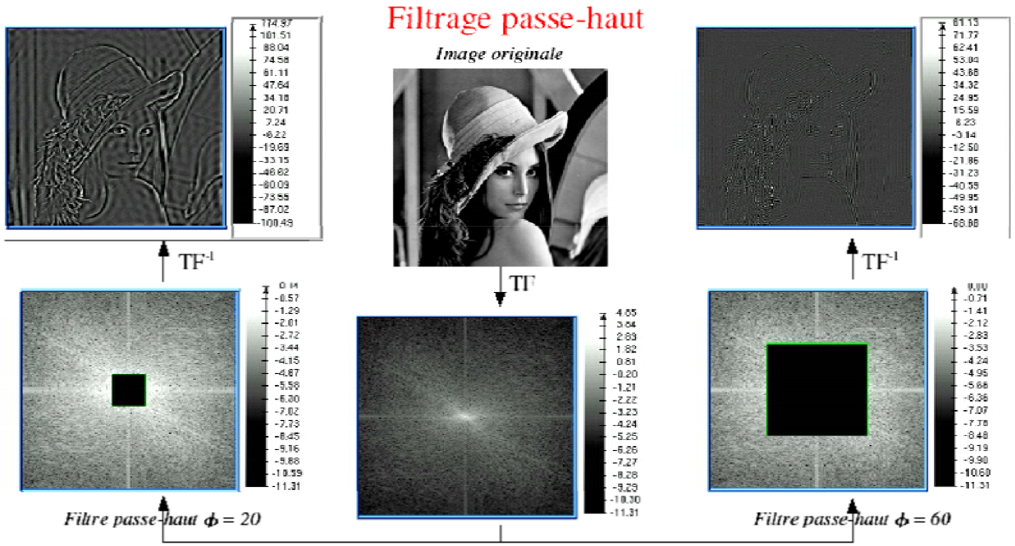
Pré-traitements : Transformée de Fourier

➢Phénomène de Gibbs



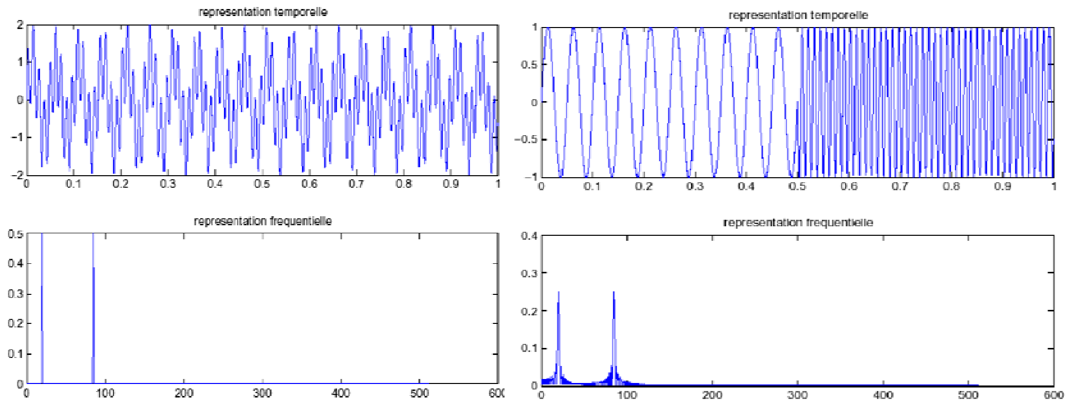
Pré-traitements : Transformée de Fourier

➢Filtrage Passe haut: Phénomène de Gibbs



Pré-traitements : Transformée de Fourier

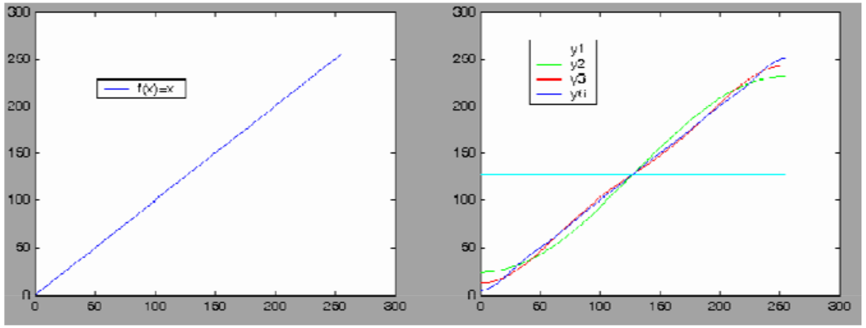
➢Inconvénients de la Transformée de Fourier
- ↳Phénomène de Gibbs,
- ↳Lente décroissance des Coefficients de la série de Fourier,
- ↳Pas de « localisation » d'une singularité.



Pré-traitements : Transformée en Cosinus Discret (DCT)

- Synthèse d'une fonction avec des Cosinus

$$c_n(f) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos nx \, f(x)\, dx$$



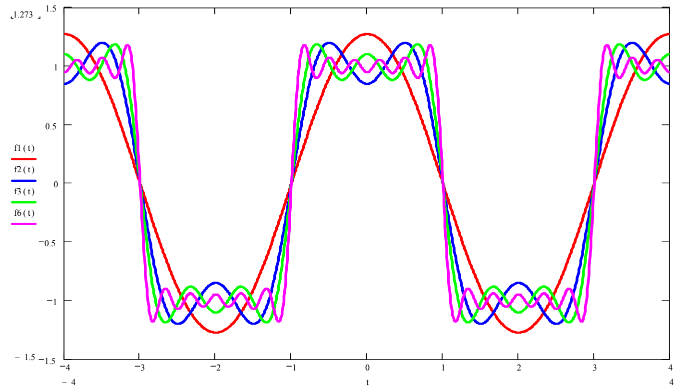
$$128\left[1 - \frac{8.\cos\left(\frac{p.x}{256}\right)}{p^2} - \frac{8.\cos\left(\frac{3.p.x}{256}\right)}{9.p^2} - \frac{8.\cos\left(\frac{5.p.x}{256}\right)}{25.p^2} - \frac{8.\cos\left(\frac{7.p.x}{256}\right)}{49.p^2} - \frac{8.\cos\left(\frac{9.p.x}{256}\right)}{81.p^2}\right]$$

Cos(0)

Pré-traitements : Transformée en Cosinus Discret (DCT)

Ex: synthèse d'une onde carrée 1-D

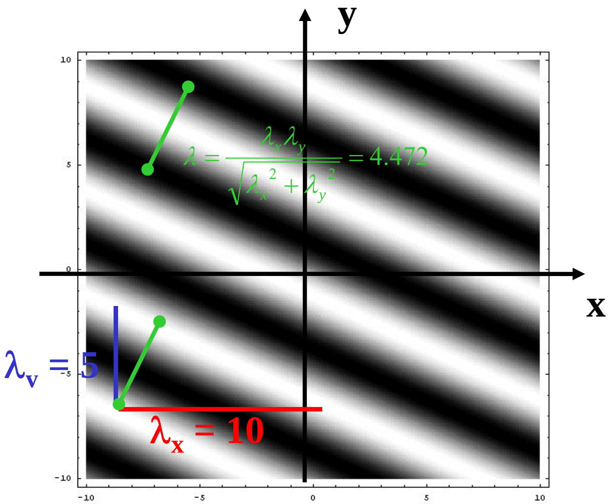
$\lambda := 4 \quad \omega := \frac{2\pi}{\lambda} \quad f6(t) := \frac{4}{\pi}\cdot\left(\cos(\omega\cdot t) + \frac{\cos(3\cdot\omega\cdot t - \pi)}{3} + \frac{\cos(5\cdot\omega\cdot t)}{5} + \frac{\cos(7\cdot\omega\cdot t - \pi)}{7} + \frac{\cos(9\cdot\omega\cdot t)}{9} + \frac{\cos(11\cdot\omega\cdot t - \pi)}{11}\right)$



Avantage de la DCT : L'influence des coefficients décroît très vite

Pré-traitements : Transformée en Cosinus Discret (DCT)

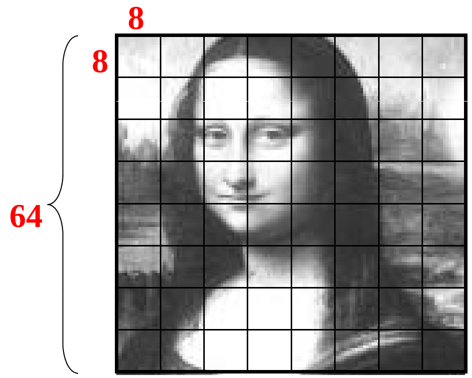
- Application en 2-D:



$$Cos\left(2\pi\left(\frac{x}{10} + \frac{y}{5}\right) + \frac{\pi}{2}\right)$$

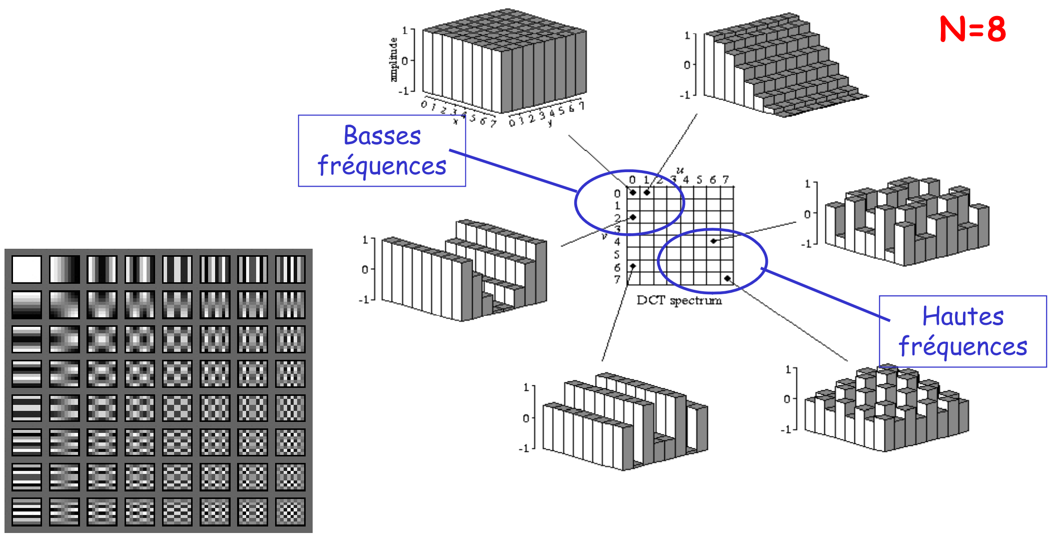
Pré-traitements : Transformée en Cosinus Discret (DCT)

- Découpage de l'image en blocs de taille 8 x 8

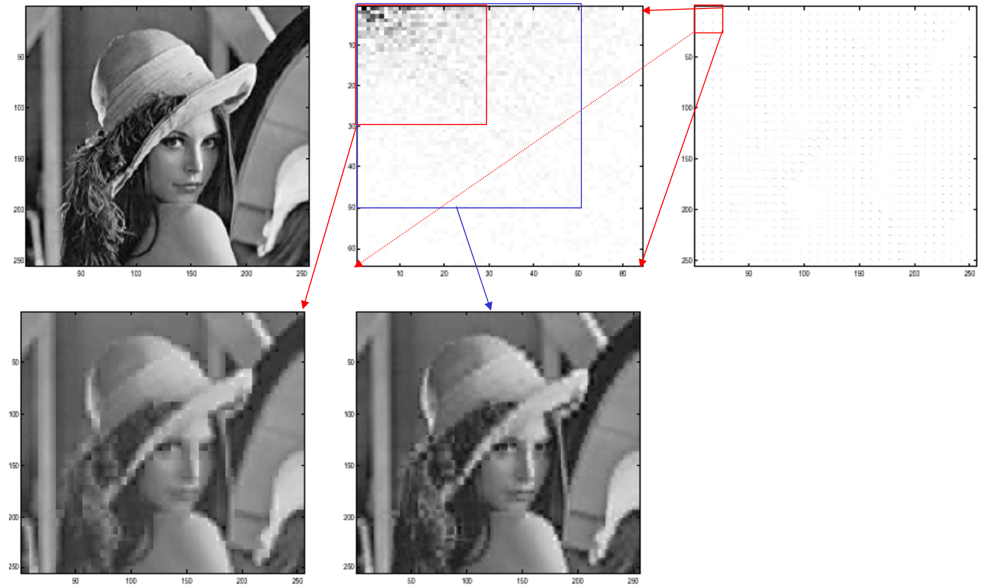


- Application de la DCT (Transformée en Cosinus Discrète) sur chaque bloc → donne une description de chaque bloc dans le domaine des fréquences

Pré-traitements : Transformée en Cosinus Discret (DCT)

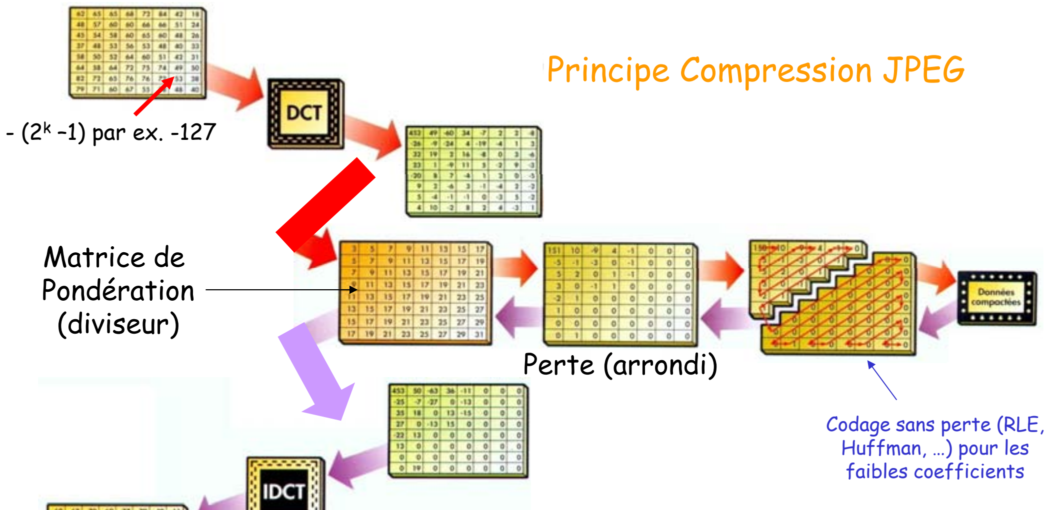


Pré-traitements : Transformée en Cosinus Discret (DCT)



Pré-traitements : Transformée en Cosinus Discret (DCT)

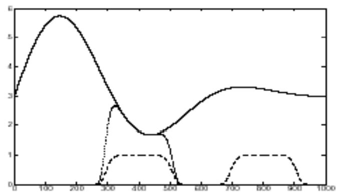
Principe Compression JPEG



Note: JPEG2000 utilise la transformée en ondelettes discrète
encore plus performante que la DCT

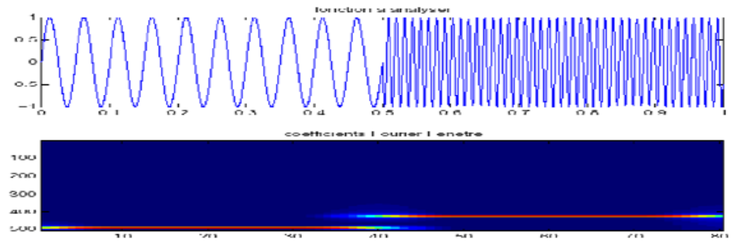
Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

- Représentation Temps – Fréquence
  - Idée : calculer la FFT sur le signal découpé en fenêtres



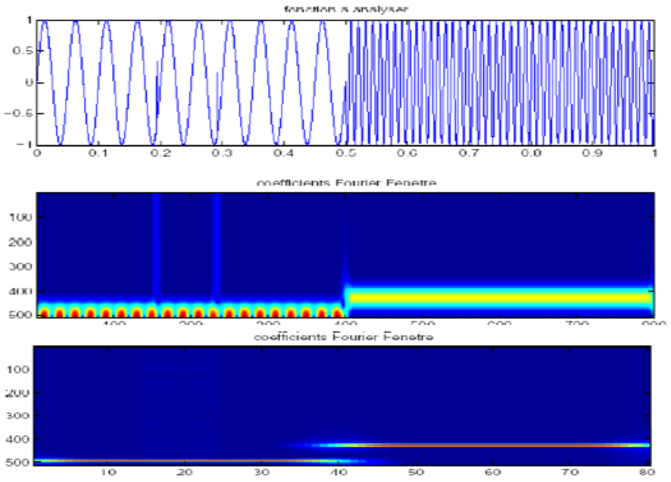
$$G_f(\nu, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ h(x-b)\ e^{-2i\pi\nu x} dx$$

b est le temps, ν est la fréquence.



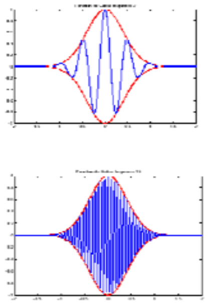
Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

- En dessous d'une échelle d'étude a0, correspondant à la taille de la fenêtre h, la Transformée de Fourier à fenêtre glissante présente les mêmes limitations que la transformée de Fourier.



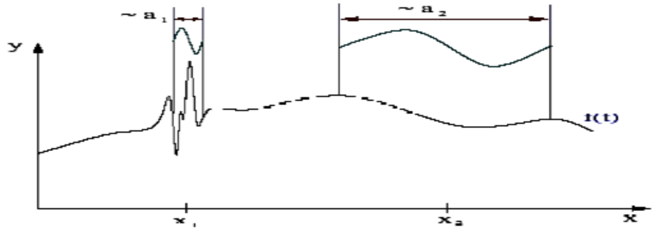
Ex: Transformée de Gabor

$$\psi_{b,\nu}(x) = e^{-\pi(x-b)^2}\; e^{2i\pi\nu x}$$



Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

- L'analyse en Ondelettes a pour objectif de rendre compte de ces deux phénomènes simultanément, en introduisant une fenêtre dont la taille varie avec la fréquence.



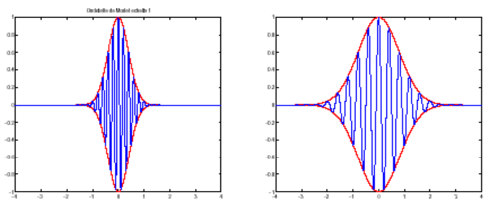
$$Wf(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\overline{\psi_{a,b}(x)}\,dx \qquad a>0,\; b\in\mathbb{R}$$

Les fonctions analysantes ou **ondelettes** sont définies par :

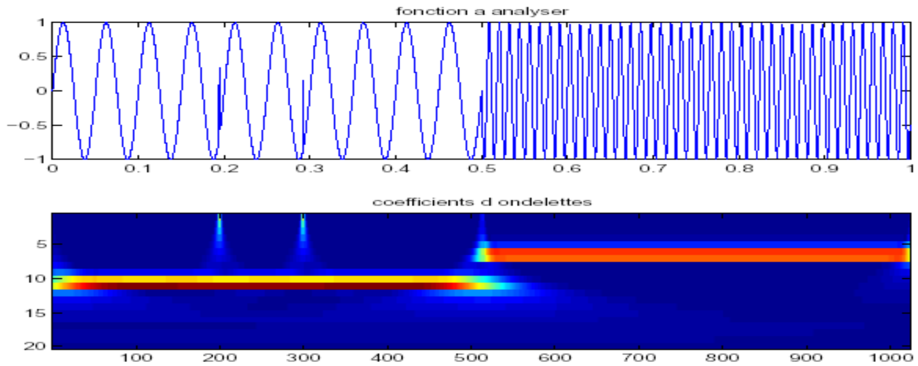
$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

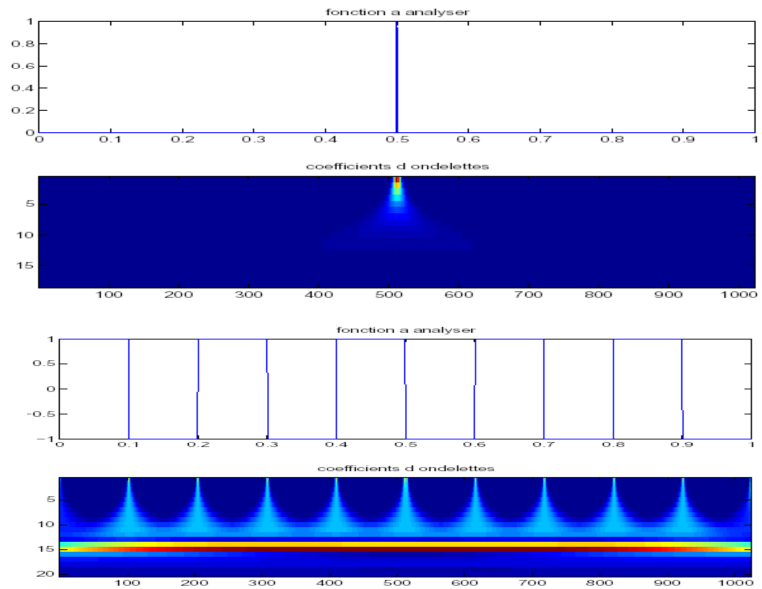
$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$$



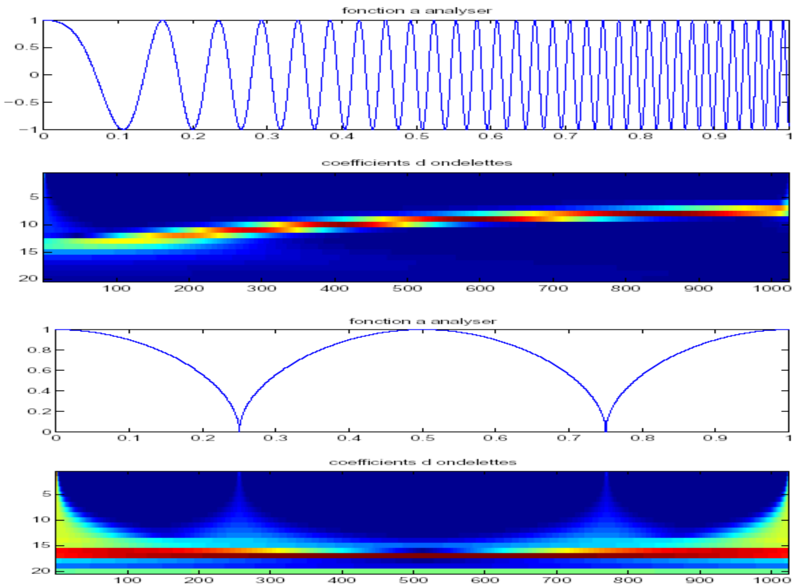
a : Echelle (taille du support)
b : Position



Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

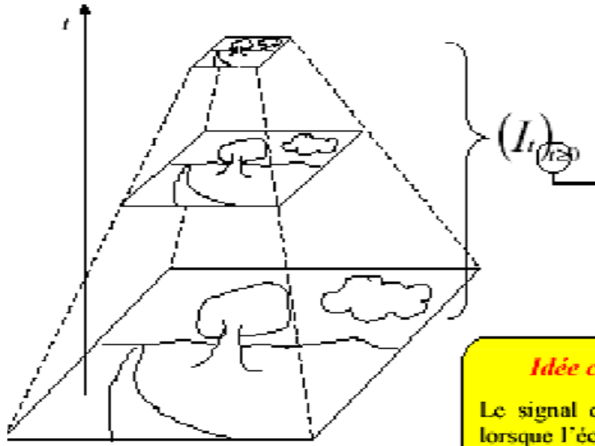


Pré-traitements : Transformée en Ondelettes



Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

- Application à l'analyse multi-échelle:



PYRAMIDE :

Représentation des images sur plusieurs niveaux de détail.

$(I_t)_{t \geq 0}$ → paramètre d'échelle ↕ indice d'influence spatiale

Idée clef : Principe de causalité :

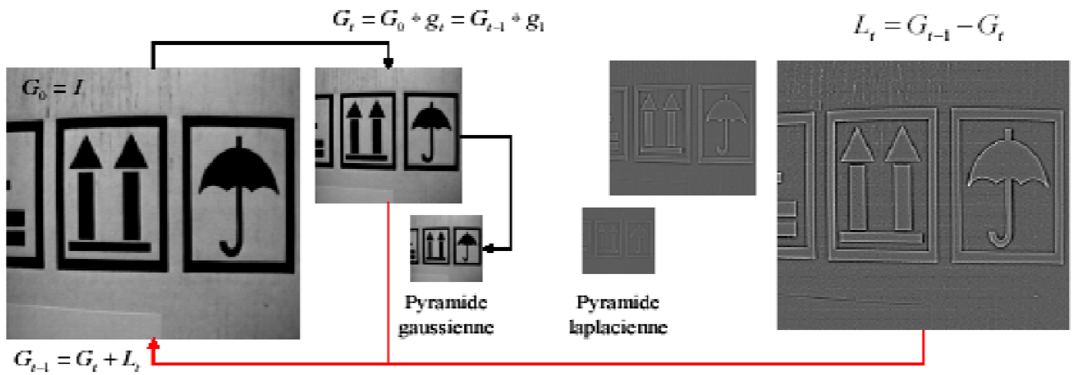
Le signal doit être de plus en plus *simplifié* lorsque l'échelle augmente, et *ne doit pas faire apparaître de nouvelles structures.*

Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

- Sous-échantillonnage:

Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

- Nécessité de filtrer l'image avant sous échantillonnage :
  - Pyramide Gaussienne si filtre passe – bas
  - Pyramide Laplacienne si filtre passe – haut
    - Décomposition fréquentielle spatialement localisée de l'image
    - Représente les détails de l'image.

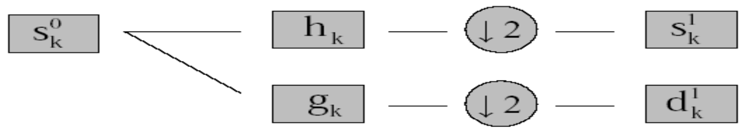


Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

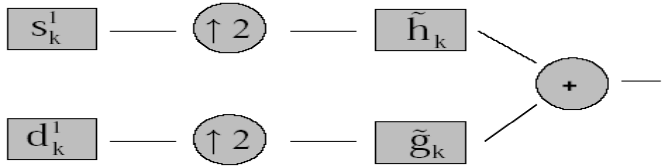
- Sous-échantillonnage:

Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

- Décomposition en sous-bandes: Bancs de filtrage
  - On filtre à l'aide de g et h
  - On sous échantillonne par un facteur 2

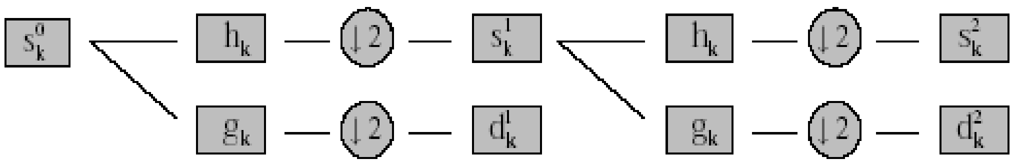


- Recomposition:
  - On sur-échantillonne par un facteur 2
  - On filtre pour supprimer l'aliasing



Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

- Itération du processus sur la branche passe-bas:
  - Pyramide à reconstruction parfaite et contenant le même nombre d'échantillons que le signal original
  - On conserve l'approximation à la plus basse résolution et tous les coefficients de détails.
  - Cette information est suffisante pour reconstruire parfaitement le signal de départ!

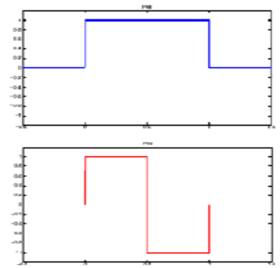


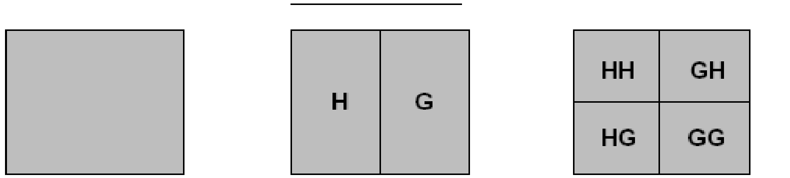
Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

- Application : Ondelettes de HAAR
  - Famille d'ondelettes de Daubechies

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1+z^{-1}\right) \qquad h_k = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & k = 0,1 \\ 0 & \end{cases}$$

$$G(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1-z^{-1}\right) \qquad g_k = (-1)^{1-k}\, h_{1-k}$$

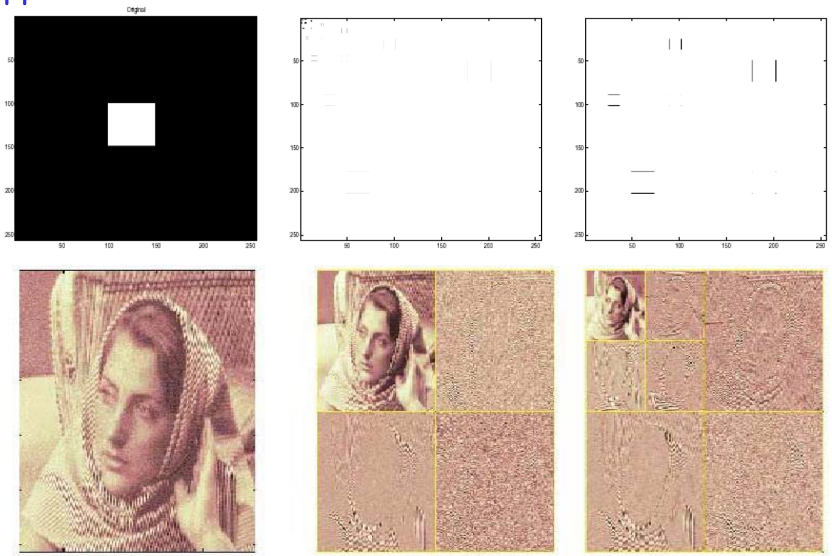




Suivant les colonnes Suivant les lignes

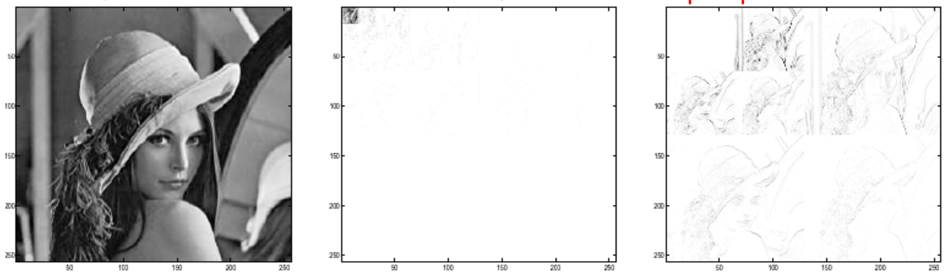
Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

➢ Application : Ondelettes de HAAR



Pré-traitements : Transformée en Ondelettes

Origine : 256^2 | Carte Complète | 2 plus petites échelles



1024 coefficients : 98.4% | 3467 coefficients : 94.7%

Principe Compression JPEG 2000