Compression avec pertes et tatouage

J-M. MOUREAUX

jean-marie.moureaux@univ-lorraine.fr

TELECOM Nancy

CRAN (Centre de Recherche en Automatique de Nancy) – CNRS UMR 7039 – Université de Lorraine

Plan du Cours

1. Introduction
2. Outils mathématiques de base
3. Stratégie de compression
4. Transformée
5. Quantification
6. Codage (cf cours CDCCE (TRS))
7. Compression d'images fixes : de JPEG à JPEG2000
8. Compression de vidéos : de MPEG I à MPEG IV
9. Transmission de documents confidentiels et sécurité

Un peu d'histoire …

Quelques dates importantes … dans l'histoire des communications

1880 : Maxwell formalise les lois de l'électromagnétisme

1888 : Hertz en déduit la notion de propagation

1894 : Marconi invente la radio (première transmission sans fil)

Depuis, les communications n'ont cessé de se développer …

Aujourd'hui : mobiles, Internet, WAP, transmission par satellite, réseaux hauts débits, ADSL, …

Encore un peu d'histoire …

Quelques dates importantes … dans l'histoire des codes

1820 : Braille met au point un code (6 bits) basé sur l'occurrence des mots et des caractères, avec un caractère spécial pour indiquer si le symbole suivant est un mot ou un caractère ⇨ réduction d'environ 20% de l'espace occupé.

1843 : Morse met au point un code basé sur l'occurrence des caractères pour la transmission par télégraphe.

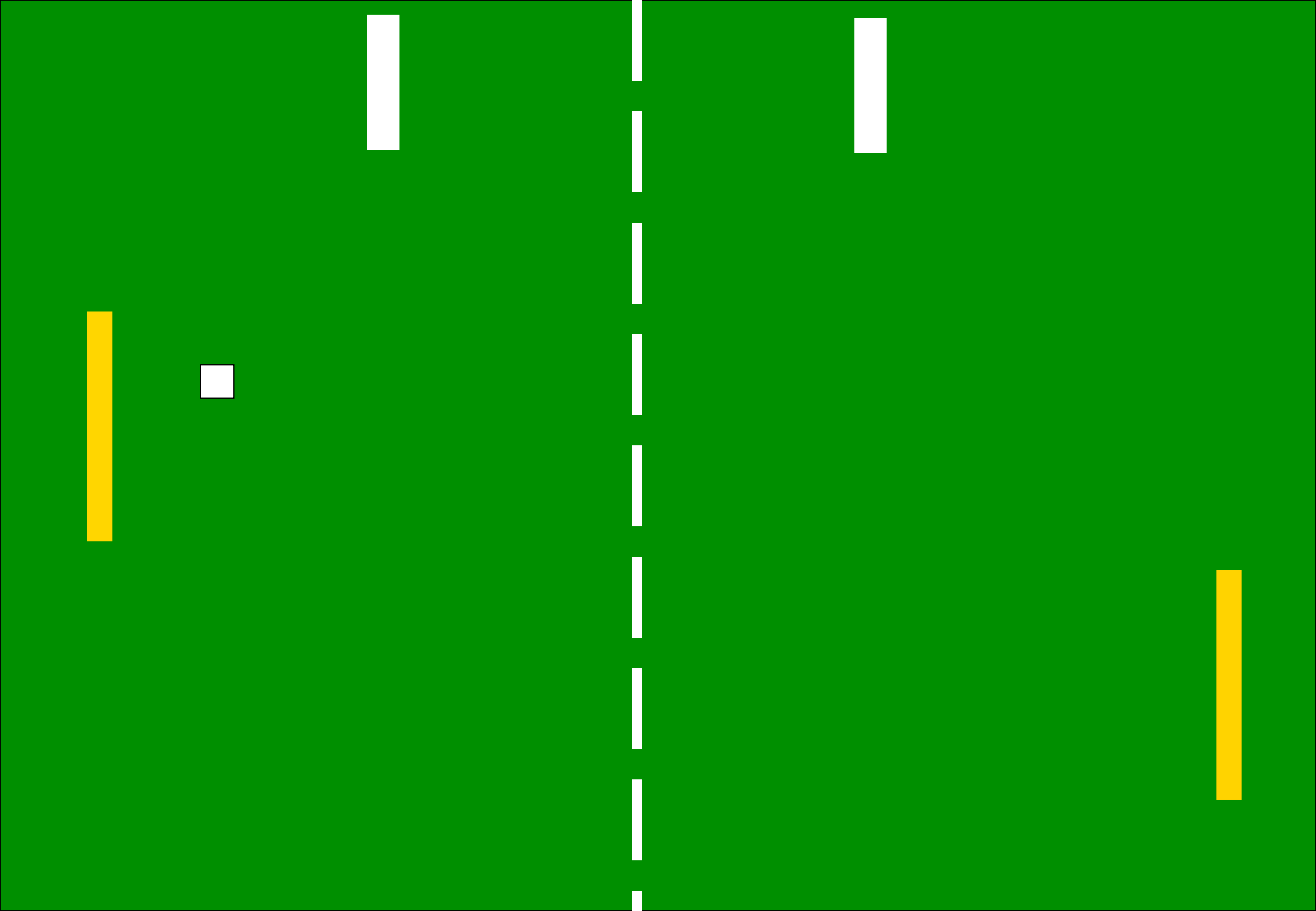
Depuis, les codes n'ont cessé de se développer …

Huffman, arithmétique …

Les enjeux de la compression

Un bref retour en arrière … dans les années 70…

…à l'époque on savait s'amuser …



Les enjeux de la compression

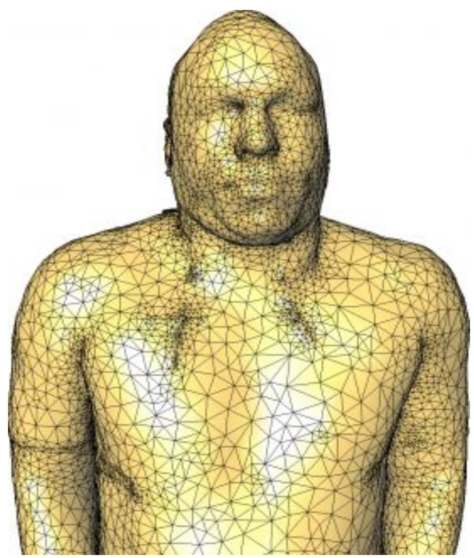
Aujourd'hui une certaine candeur a fait place à un certain réalisme…

Source : http://www.jeuxvideo.com/screenshots/00013/00013149_062.htm

Les enjeux de la compression

Des objets 3D dont le volume de données atteint aisément **plusieurs Gigaoctets** !

… donc très lourds à manipuler, stocker, transmettre.



(source : http://shapes.aimatshape.net/)

Les enjeux de la compression

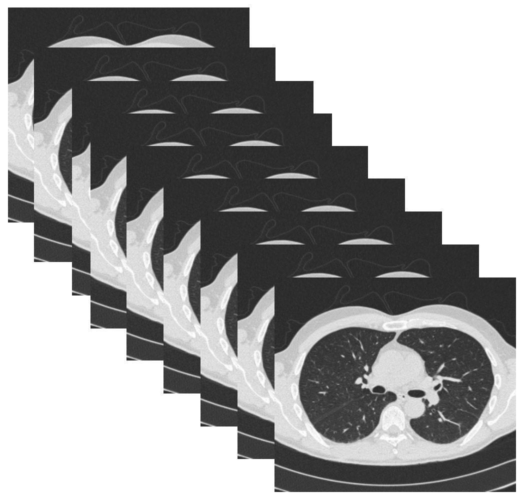
Une imagerie radiologique de plus en plus précise …

… donc très lourde à manipuler, stocker, transmettre.

Hier (et encore aujourd'hui)

Radiographie des poumons
(source : http://stsp.creteil.iufm.fr/article29.html)

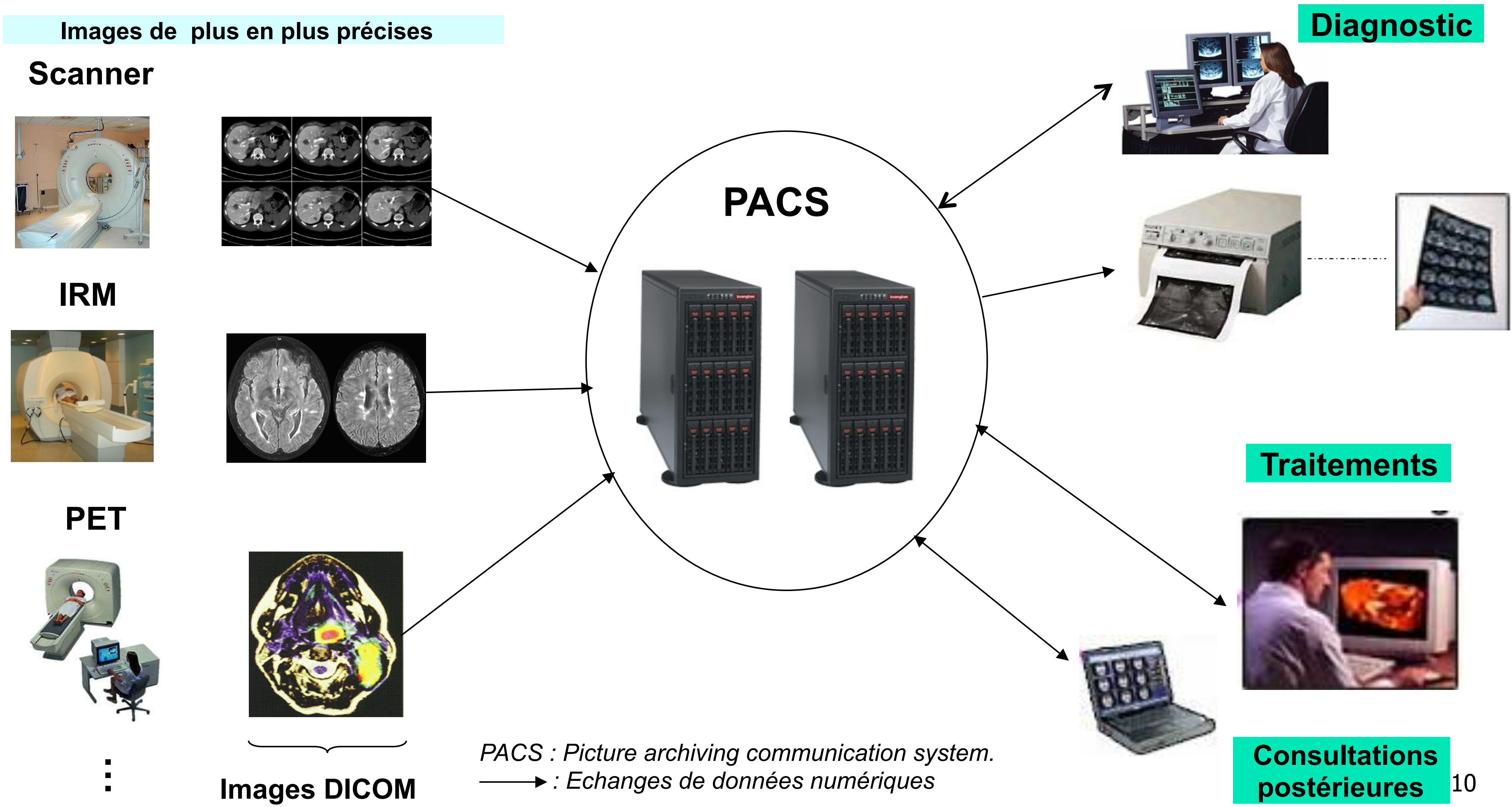
Aujourd'hui



Scanner de poumons

Un examen, c'est environ 200 Moctets à stocker (ou à transmettre) !

Contexte de l’imagerie radiologique

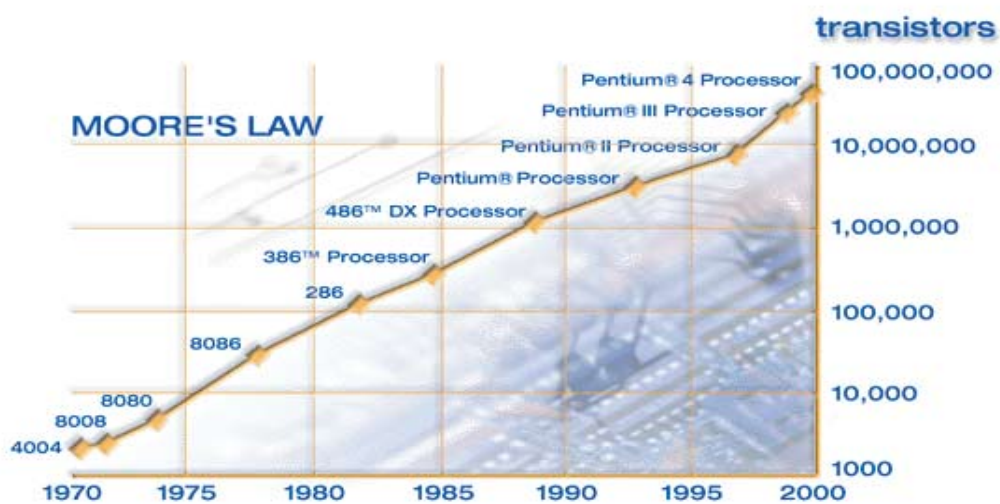


Les enjeux de la compression

On estime qu'environ 2 Teraoctets (soit plus de 2000 CD-roms) sont nécessaires pour décrire un long métrage d'1h30 de cinéma numérique…

La compression et les lois

Cyril Northcote Parkinson a établi que **les volumes de données augmenteraient toujours jusqu'à remplir l'espace de stockage disponible**.
Or la loi de Moore nous permet de savoir que l'espace de stockage et la capacité de traitement des données stockées doublent tous les 18 mois. Les experts de l'industrie prévoient donc que, **d'ici à la fin du 21e siècle, chaque personne sur terre disposera d'un téraoctet de données stockées**. Parkinson est également connu pour sa loi sur l'absorption de la bande passante : « **Le trafic réseau augmente jusqu'à occuper la largeur de bande passante disponible** »



Source : http://www.siemon.com/fr/white_papers/10GAssurance.asp

Compression : les problématiques

- ✓ **Des réseaux hétérogènes :** *informatiques, téléphoniques, radiomobiles, capteurs,…*
- ✓ **Des capacités de stockage qui augmentent moins vite que les besoins :** *lois de Parkinson*
- ✓ **Des données de plus en plus riches :** *images médicales DICOM sur 12 bits,…*
- ✓ **Des standards multiples :** *JPEG, JPEG2000, MPEG2, MPEG4,…*
- ✓ **De nouvelles fonctionnalités :** *progressivité, interactivité,…*
- ✓ **Des traitements additionnels :** *tatouage, post-traitements médicaux,…*

Compresser Pour Transmettre…

… à travers les réseaux

Informatiques (Internet) :

fichiers texte, images, son, vidéo…

Téléphoniques :

voix numérisée, minitel, multimedia (ADSL)

Radio-mobiles :

GSM, UMTS, GSM de 3ième génération…

Satellites :

Sondes spatiales, télévision à haute définition…

Compresser Pour Stocker…

… sur des supports du type :

Disques durs, clés USB, disquettes : *fichiers*

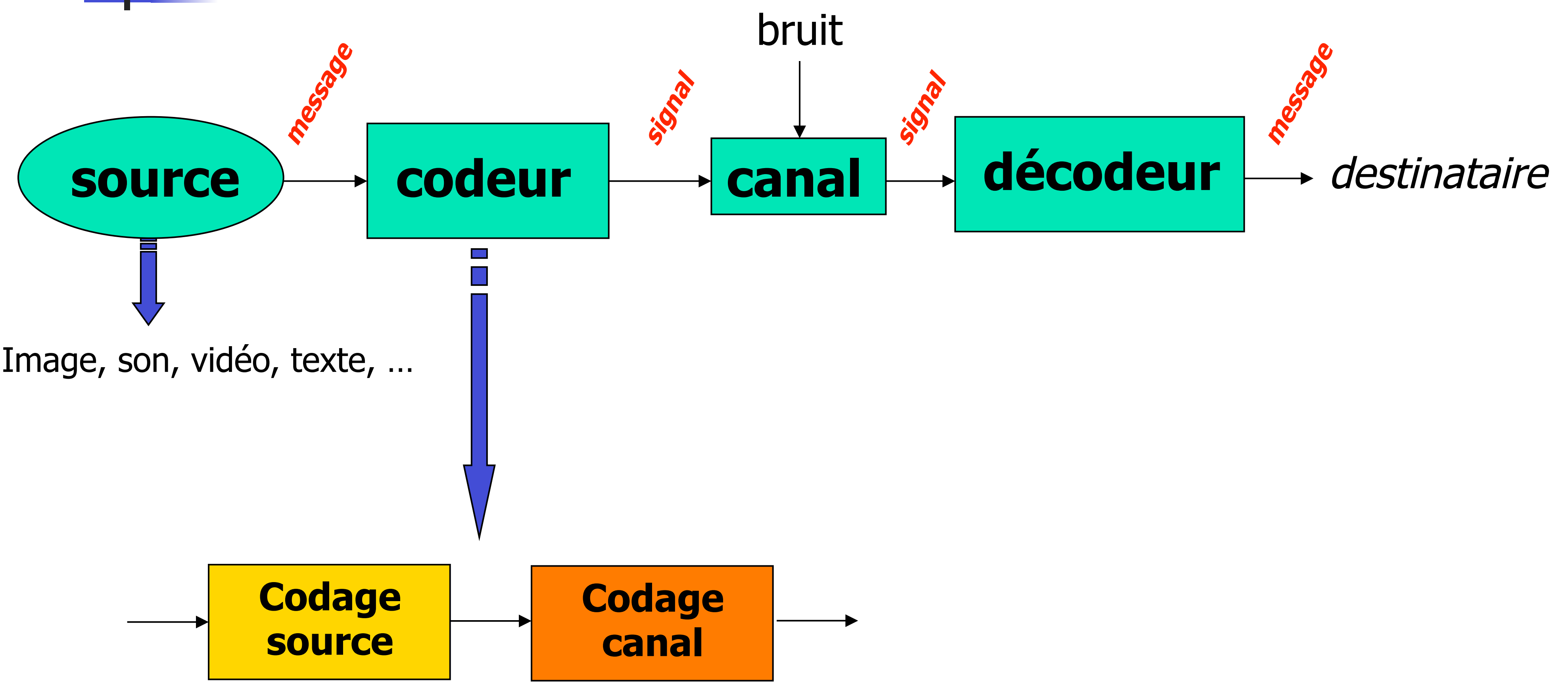
CD : *Sons, images*

DVD : *Vidéo*

Principaux outils et standards

- **Vidéo : MPEG 1, 2, 4 ...**
- **Audio : ADPCM (32 Kbits/s) ...**
- **Image fixe : GIF, JPEG, JPEG2000, JBIG, Facsimile ...**
- **Téléconférence : H.261, H.263, H.264,...**

Modèle de communication de Shannon



Compression sans perte vs avec perte

En fonction de l'application :

Cours CDCCE (TRS) (option TRS)

- Compression sans perte (l'intégrité des données est préservée)

  imagerie médicale, fichiers texte, …

- Compression avec perte (les données sont dégradées)

  images grand public, vidéo, …

Objet de ce cours

Applications et Contraintes

« Temps réel »

Téléphone, vidéo

COMPRESSION / DECOMPRESSION RAPIDES

« Temps différé »

Stockage sur disque (CD, CD ROM, DVD…)

COMPRESSION LENTE / DECOMPRESSION RAPIDE

Imagerie satellitaire ou embarquée

COMPRESSION RAPIDE / DECOMPRESSION LENTE

Applications et Contraintes

Médical pas d'artefact (erreur de diagnostic)

Militaire
- conservation des détails (détection de cibles)
- aspect mouvement (suivi de mobiles)

Vidéo « grand public » effet de masquage de l'œil (espace et temps)

Vision par ordinateur Détection des contours (guidage d'un robot…)

Performances

Les performances d'un système de compression avec perte sont :

- **le taux de compression :**
  (débit initial / débit après compression)
- **la qualité du signal comprimé :**
  -> critère subjectif (visuel)
  -> critère objectif (SNR…)
- **la complexité du système**
  (coût calcul, mémoire requise)

PROBLEME :
Optimiser ces 3 facteurs en même temps !...

Compresser : facile ou difficile ?

Difficile car données numériques de natures très différentes

Performances de compression liées au contenu informatif de ces données

Plan du Cours

1. Introduction
2. Outils mathématiques de base
3. Stratégie de compression
4. Transformée
5. Quantification
6. Codage (cf cours CDCCE (TRS))
7. Compression d'images fixes : de JPEG à JPEG2000
8. Compression de vidéos : de MPEG I à MPEG IV
9. Transmission de documents confidentiels et sécurité

Notion de source (définition)

Source d'information $\Leftrightarrow$ **Système (pouvant prendre plusieurs états)**

Source

$\Downarrow$ **langage (ou alphabet)**

Représenter la suite des états sous une forme particulière : message

Alphabet source : ensemble de symboles caractérisant les états du système

Exemples : $S = \{a, b, c, d\}, S = \{0,5\}, \ldots$

Notion de source (définition)

source discrète : alphabet discret et généralement fini (cas du numérique)

source sans mémoire : les états sont indépendants

source avec mémoire : les états sont dépendants entre eux

Caractériser et compter les états (loi de probabilité de la source)

Mesurer la quantité d'information produite par la source

Codage en vue d'une transmission ou d'un stockage efficaces

Source : cas de l'image numérique

Image échantillonnée + quantifiée

représentation sur un nombre fini de niveaux (= quantification)

1 échantillon = 1 pixel (picture element)

Exemples :

- image 256 niveaux de gris
  dynamique de 0 (noir) à 255 (blanc) : alphabet $S = \{0,1,2,\ldots,255\}$
  chaque niveau est représenté par 8 éléments binaires (0 ou 1)
  Code binaire : $C = \{00000000, 00000001, \ldots, 11111111\}$

--> 8 bits/pixel

- Cas général *b* niveaux de gris
  dynamique de 0 (noir) à $2^b - 1$ (blanc) $S = \{0,1,\ldots,2^b - 1\}$
  chaque niveau est représenté par *b* éléments binaires (0 ou 1)

Source : cas de l'image numérique

Une image = réalisation d'un **processus aléatoire bidimensionnel** $I(m,n)$

(m,n) sont les coordonnées spatiales d'un pixel

L'intensité d'un pixel = **variable aléatoire** $X(m,n)$ qui prend

ses valeurs $x(m,n)$ dans l'intervalle $[0,2^b[$

Hypothèses simplificatrices : <u>stationnarité</u> et <u>ergodicité</u> de $I(m,n)$

Source : cas de l'image numérique

Sous les hypothèses précédentes, possibilité de calculer :

- probabilité d'apparition du niveau x

$$p_X(x) = probabilité\{X = x\} = \frac{nombre\ de\ pixels\ égaux\ à\ x}{nombre\ total\ de\ pixels\ dans\ l'image}$$

- moyenne empirique

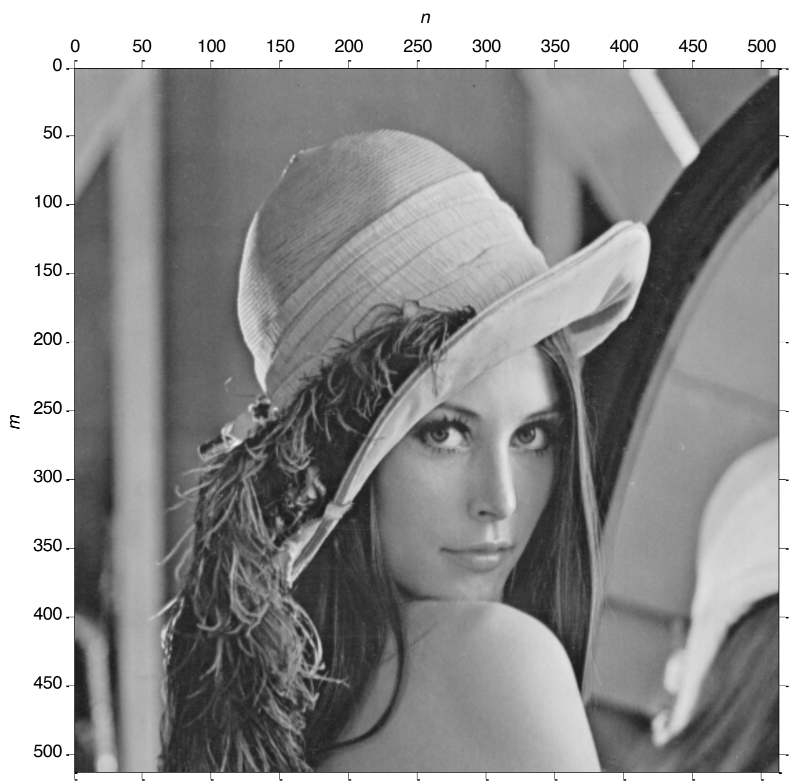
$$\mu = \frac{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} x(m,n)}{M.N}$$

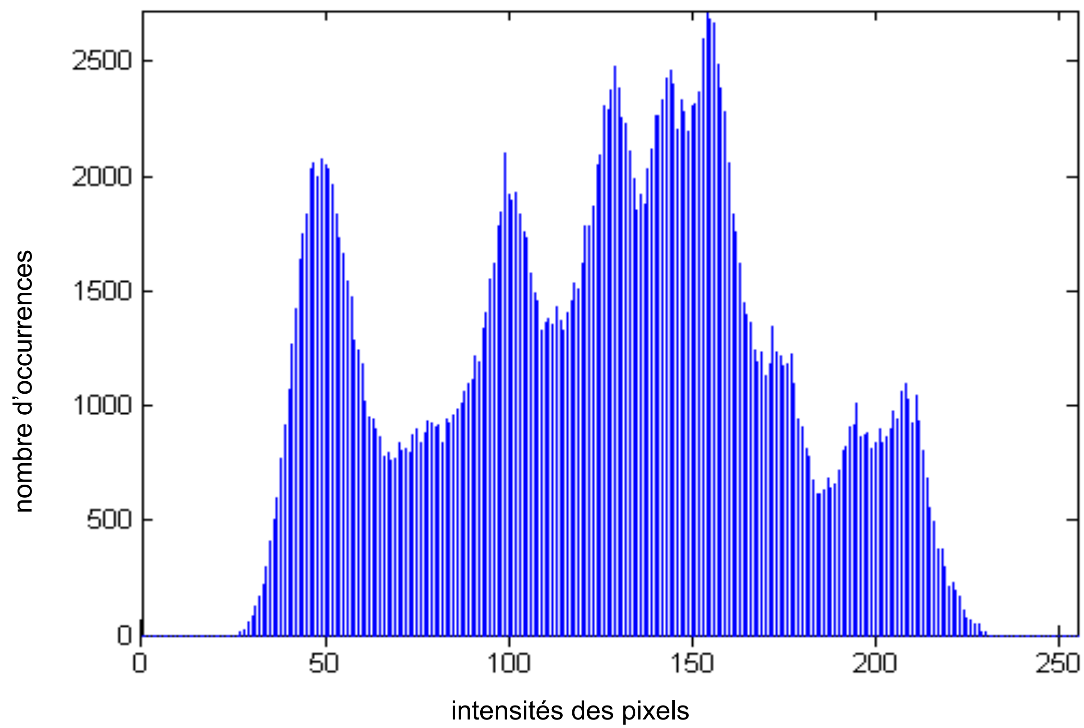
- variance empirique

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} \left[x(m,n) - \mu\right]^2}{M.N}$$

- …

Histogramme





Distribution de la source

Quelques lois utiles pour modéliser une distribution

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a} \quad \text{avec } x \in [a,b]$$ *uniforme*

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$ *gaussienne*

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} e^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-\mu|}$$ *laplacienne*

Entropie (rappel)

Entropie (Shannon) : quantité d'information moyenne minimale contenue dans une source

Unité : bits/échantillon (ou bits/pixel)

Entropie d'ordre zéro :

Pour une source $\mathcal{S}$ indépendante prenant ses valeurs dans un ensemble de K symboles de probabilité d'apparition $p_k \quad k \in \{1,\ldots,K\}$

$$H(\mathcal{S}) = -\sum_{k=1}^{K} p_k \log_2 p_k \quad \text{bits/pixel}$$

<u>Exemple</u> : image I codée sur 8 bits/pixel avec $H(I)$=6,5 bits/pixel

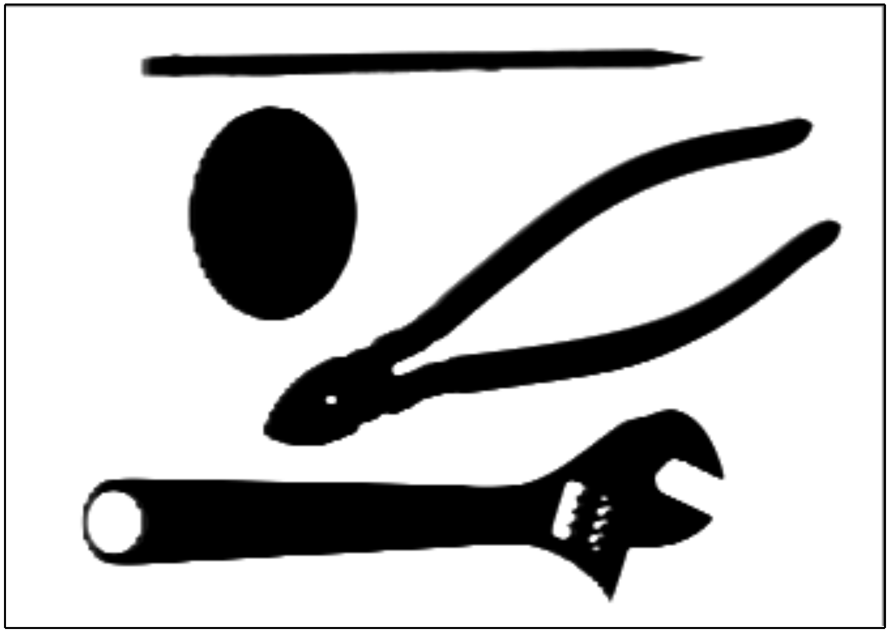
Entropie conjointe : les échantillons sont des groupes de pixels

Permet de prendre en compte la corrélation entre pixels

Entropie conditionnelle : les échantillons sont des pixels ou des groupes de pixels

Permet de prendre en compte le passé

Quelques entropies



H=1,22 bits/pixel

H=7,4 bits/pixel

Codage sans perte vs avec perte

< entropie

Codage avec perte

Quantité d'information <u>après codage</u>

Codage sans perte

≥ entropie

Notion de qualité

Qualité : Subjective ou objective ?

Distorsion moyenne :

$$D = \frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\left(x(m,n) - \hat{x}(m,n)\right)^2$$

Rapport Signal / Bruit :

(Signal to Noise Ratio)

$$SNR = 10\log_{10}\frac{\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1} x^2(m,n)}{M.N.D} \quad \text{dB}$$

x pixel original

$\hat{x}$ pixel compressé

$$PSNR = 10\log_{10}\frac{\left(2^b - 1\right)^2}{D} \quad \text{dB}$$

Qualité visuelle et PSNR

Images « Lena » et « Cornouaille »

Qualité visuelle et PSNR

Images « Lena » et « Cornouaille » - Compression JPEG2000 - Taux de compression 64:1

PSNR = 30,82 dB

PSNR = 27,97 dB

PSNR : les limites …

Bruit Gaussien dans une région de 300 pixels

Bruit Gaussien sur toute l'image

PSNR=11,06 dB pour chaque image !

Une autre limite …

Aucune mesure pour décrire la préservation du contenu !!!!!!!!

NMSE = 10.7 %

NMSE = 64 %

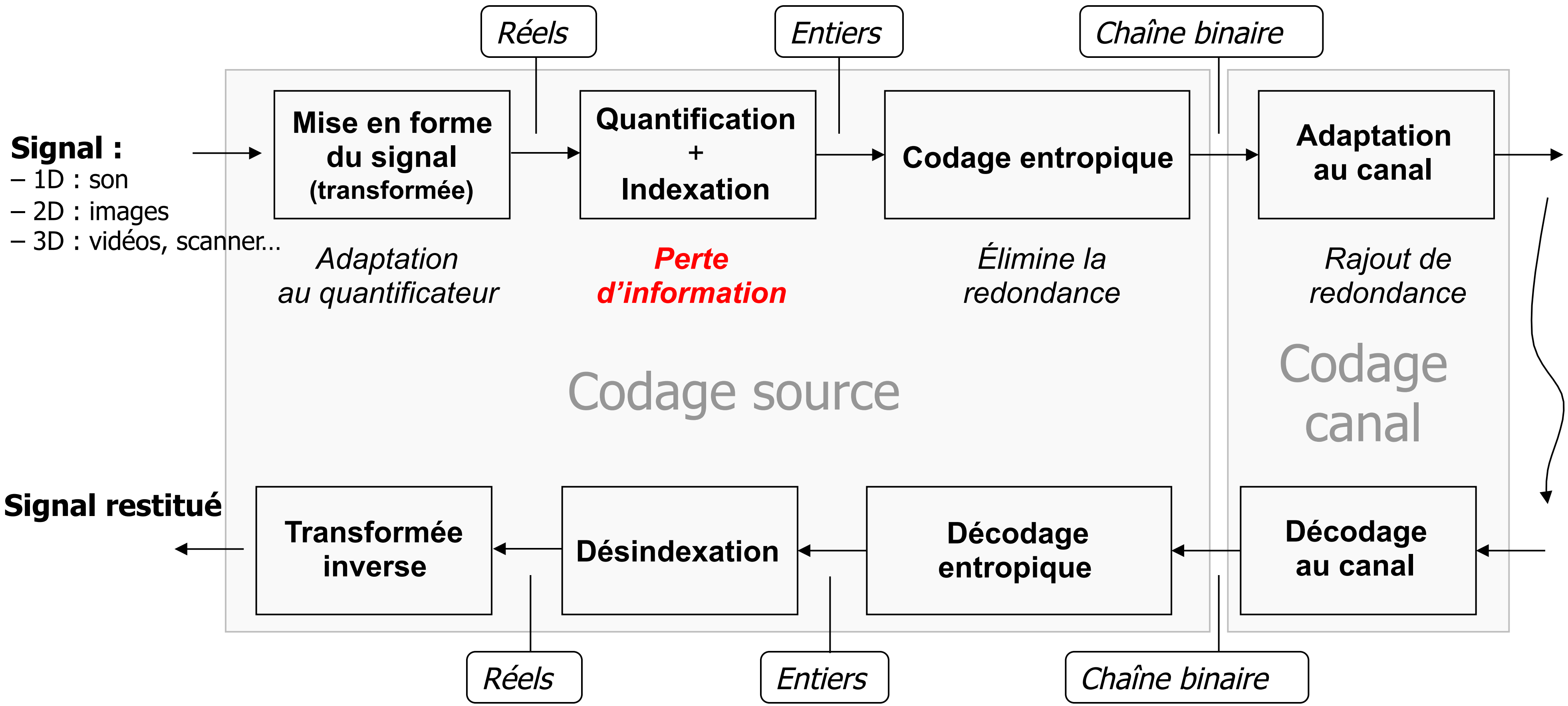
Plan du Cours

1. Introduction
2. Outils mathématiques de base
3. Stratégie de compression
4. Transformée
5. Quantification
6. Codage (cf cours CDCCE (TRS))
7. Compression d'images fixes : de JPEG à JPEG2000
8. Compression de vidéos : de MPEG I à MPEG IV
9. Transmission de documents confidentiels et sécurité

Stratégie de compression

Diviser pour mieux régner !

La Chaîne De Compression



Plan du Cours

1. Introduction
2. Outils mathématiques de base
3. Stratégie de compression
4. Transformée
5. Quantification
6. Codage (cf cours CDCCE (TRS))
7. Compression d'images fixes : de JPEG à JPEG2000
8. Compression de vidéos : de MPEG I à MPEG IV
9. Transmission de documents confidentiels et sécurité

Changement d'espace

Objectifs du changement d'espace de représentation :

- *Passer du domaine spatial au domaine fréquentiel*
- *Réorganiser l'information*

  exemple : séparer les basses fréquences (zones homogènes)
  des hautes fréquences (contours nets).
- *Compacter l'énergie*

  répartir l'énergie du signal d'origine sur peu de coefficients.

Principales méthodes :

Transformée : *Karhunen Loeve, Hadamard, DCT, FFT,…*

Sous-bande : *bancs de filtres*

Analyse multirésolution : *ondelettes*

Changement d'espace

$I(m,n)$ réalisation d'un processus aléatoire $\quad T$ transformée (base orthonormale *B*)

Coefficients de la transformée : $V = T.I$

- *inversibilité (T doit être bijective)* $I = T^{-1}.V$

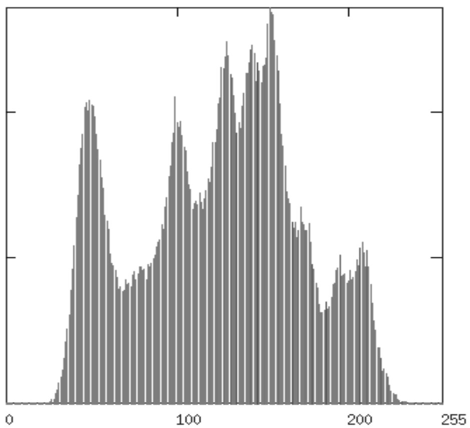
- *orthogonalité :* $T^T T = T^{-1} T = Id$

-*unitarité :* $\left\| V \right\|^2 = \left\| I \right\|^2$

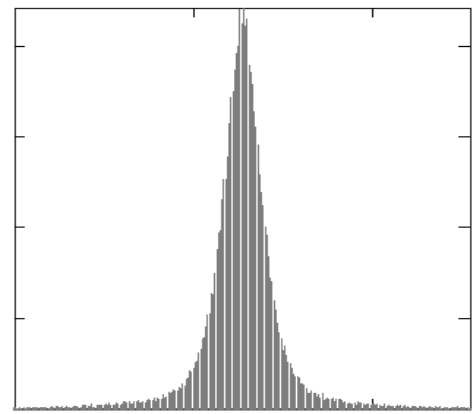
Avantages

Avantages du changement d'espace de représentation :

<u>plus facile à coder</u>



histogramme de l'image



histogramme typique des coefficients de la transformation

Méthode par transformée : DCT

DCT : Discrete **C**osine **T**ransform (Transformée en cosinus discrète).

La transformée d'une fonction $x\,(m,n)$ vaut pour le point (u,v) :

$$\begin{cases} X(u,v) = \dfrac{2}{\sqrt{MN}} \cdot C(u) \cdot C(v) \cdot \displaystyle\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \cos\left[\frac{(2m+1)\pi}{2M} u\right] \cdot \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2N} v\right] \cdot x(m,n) \\ \text{avec :} \quad \begin{cases} (u,v) \in [0, M-1] \times [0, N-1] \\ C(0) = 1/\sqrt{2} \quad \text{et} \quad \forall \alpha \neq 0 \quad \mathrm{C}(\alpha) = 1 \end{cases} \end{cases}$$

Méthode par transformée : DCT

DCT : Discrete **C**osine **T**ransform (Transformée en cosinus discrète).

La transformée d'une fonction $x(m,n)$ vaut pour le point (u,v) :

$$\begin{cases} X(u,v) = \dfrac{2}{\sqrt{MN}} \cdot C(u) \cdot C(v) \cdot \displaystyle\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \cos\left[\frac{(2m+1)\pi}{2M} u\right] \cdot \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2N} v\right] \cdot x(m,n) \\ \text{avec :} \quad \begin{cases} (u,v) \in [0, M-1] \times [0, N-1] \\ C(0) = 1/\sqrt{2} \quad \text{et} \quad \forall \alpha \neq 0 \quad \mathrm{C}(\alpha) = 1 \end{cases} \end{cases}$$

La transformée inverse d'une fonction $X(u,v)$ vaut pour le point (m,n) :

$$x(m,n) = \frac{2}{\sqrt{MN}} \cdot \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} C(u).C(v).\cos\left[\frac{(2m+1)\pi}{2M} u\right] \cdot \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2N} v\right] \cdot X(u,v)$$

Méthode par transformée : DCT

$n \rightarrow$, $m \downarrow$

32	33	33	36	46	85	150	177
31	31	38	48	95	132	179	196
32	37	59	104	145	175	192	177
48	61	119	159	186	182	163	138
87	118	168	194	185	158	130	113
130	170	193	177	154	125	116	115
168	191	173	155	136	113	115	135
185	156	139	125	120	121	140	174

Bloc 8x8 pixels extrait de l'image Lena (le coin en haut à gauche se situe à la position (184,280)).

Méthode par transformée : DCT

v →

u ↓

999,75	-164,78	-22,84	-25,80	1,00	1,02	-3,53	7,57
-191,35	-245,32	29,34	27,23	-9,53	13,64	-4,15	4,52
-85,80	4,12	169,35	-11,50	6,10	-5,26	-3,90	-1,30
-14,02	94,81	-14,39	-46,94	-12,20	-5,34	-4,11	-1,48
-9,50	-3,79	-16,15	1,82	11,25	11,67	8,04	-0,18
-3,38	14,78	-8,48	-2,43	-2,68	-0,53	-4,21	-3,26
-3,97	-5,86	4,60	-0,57	-2,26	7,33	-0,35	-1,88
1,98	4,44	-2,82	1,43	2,39	0,93	-5,50	-7,21

DCT du bloc 8x8 pixels précédent

Méthode par transformée : DCT

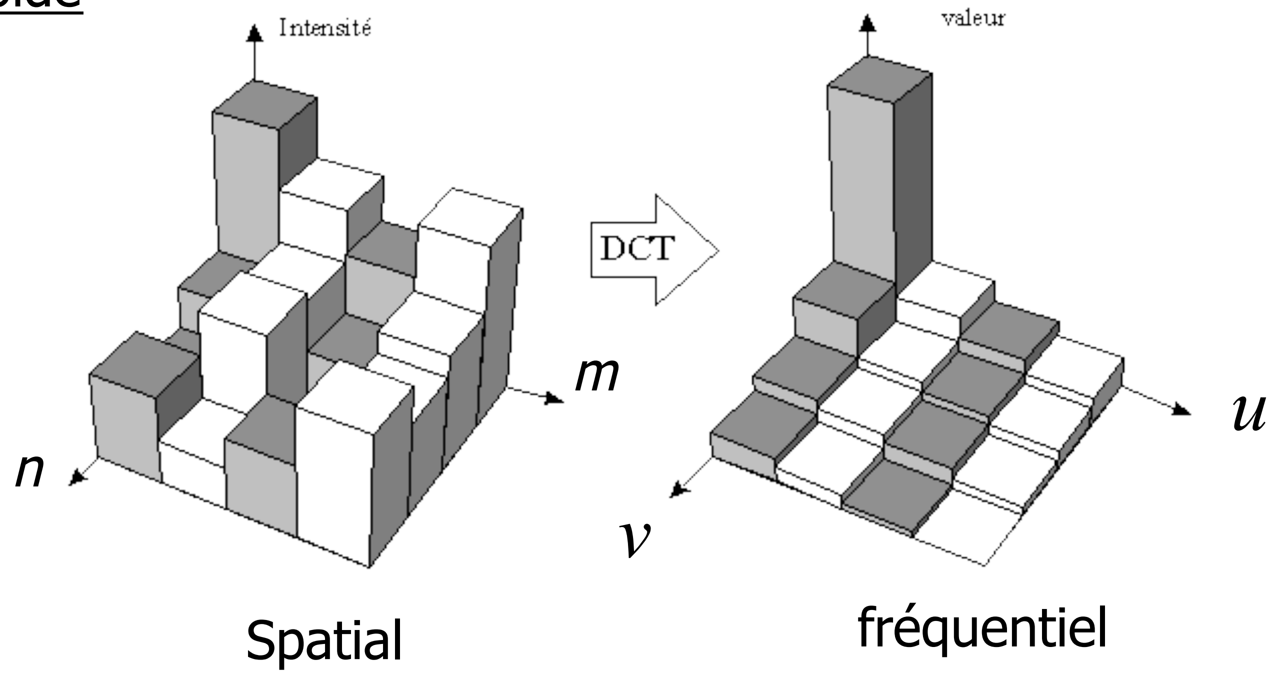
La DCT (Discrete Cosine Transform) est inadaptée aux signaux non-stationnaires

➡ Découpage de l'image en blocs 8x8 pixels (+ ou - stationnaires)

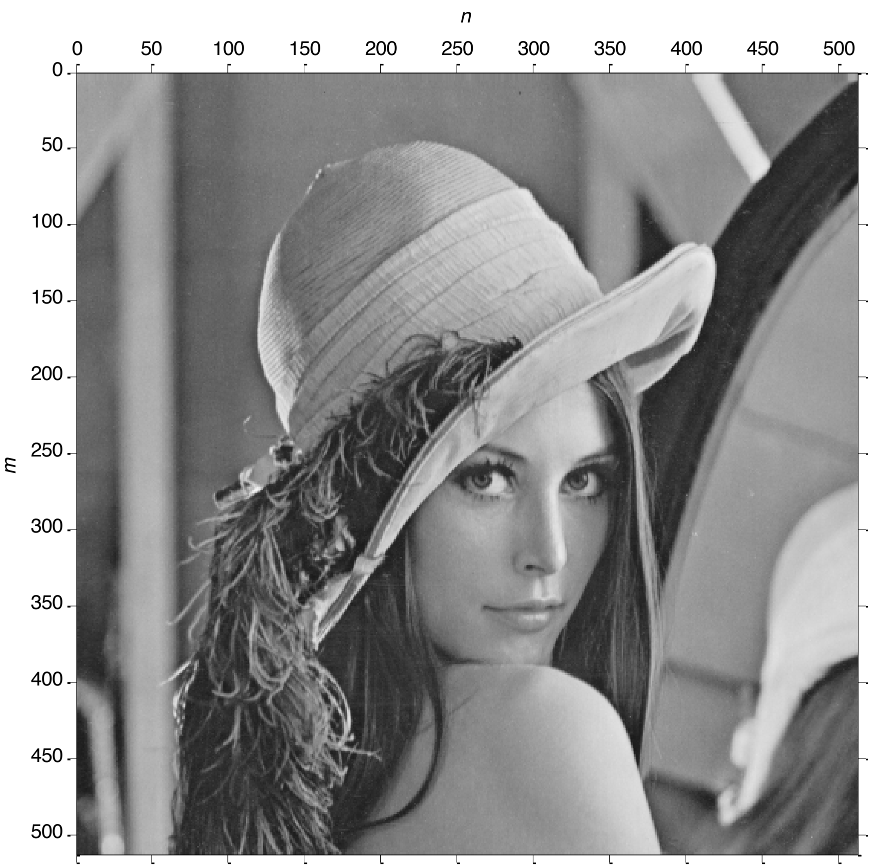
⇨ <u>Effets de blocs</u> après quantification

⇨ Algorithme <u>rapide</u>

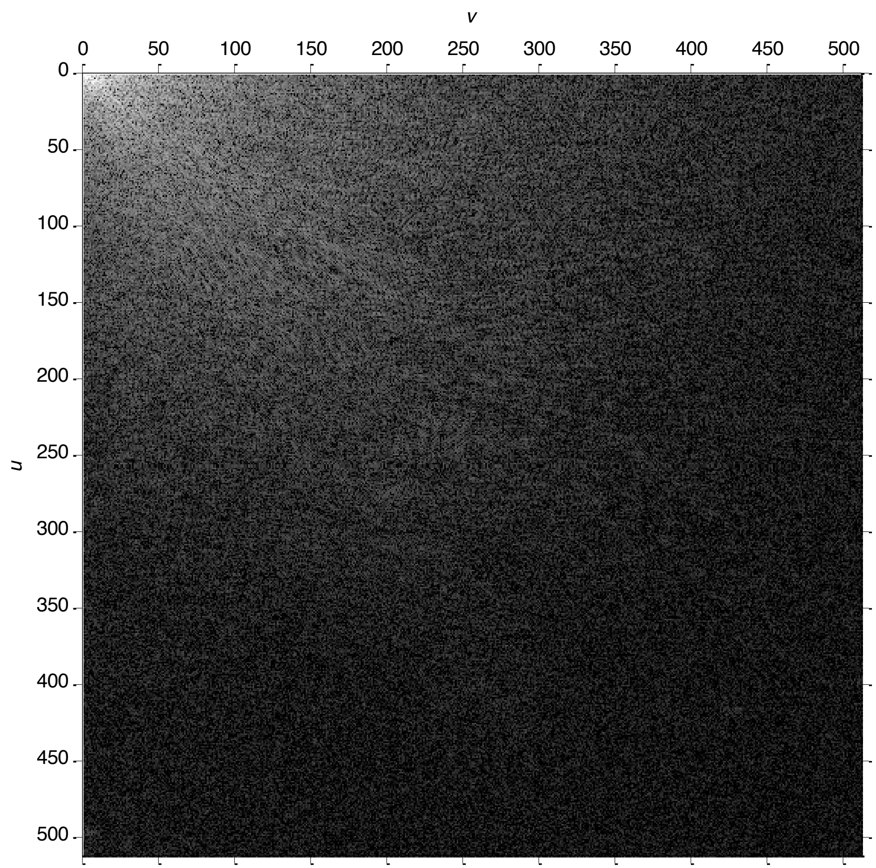
Ex. : Bloc 4x4 pixels



Méthode par transformée : DCT



(a) : intensité des pixels $x(m,n)$



(b) : valeurs des coefficients de la DCT $X(u,v)$

(les niveaux sombres représentent les coefficients proches de zéro)

Analyse Multirésolution: Ondelette

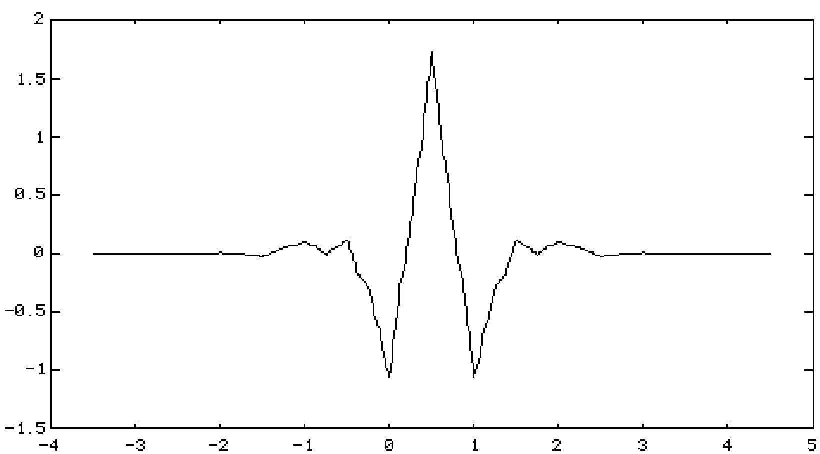
Définition :

- a facteur d'échelle
- b facteur de translation

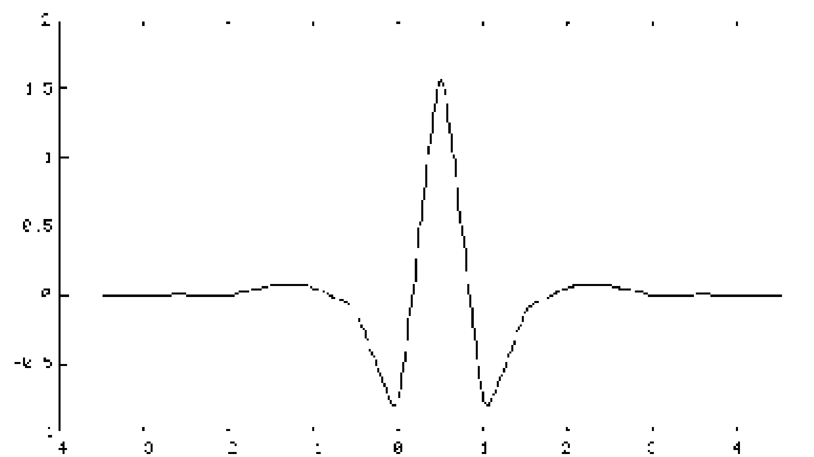
$$\psi_{a,b}(x) = |a|^{-1/2} \cdot \psi\left(\frac{x-b}{a} \right)$$

Ondelettes orthogonales :

$$\psi_{m,n}(x) = 2^{-m/2}\psi\left(2^{-m}x - n\right) \qquad (m,n) \in \mathbf{Z}^2$$

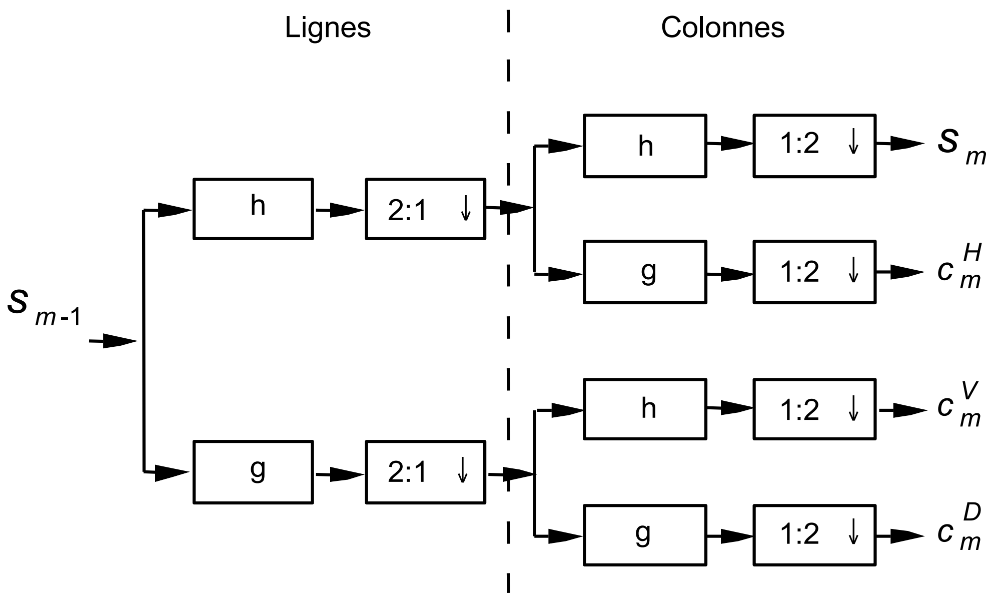


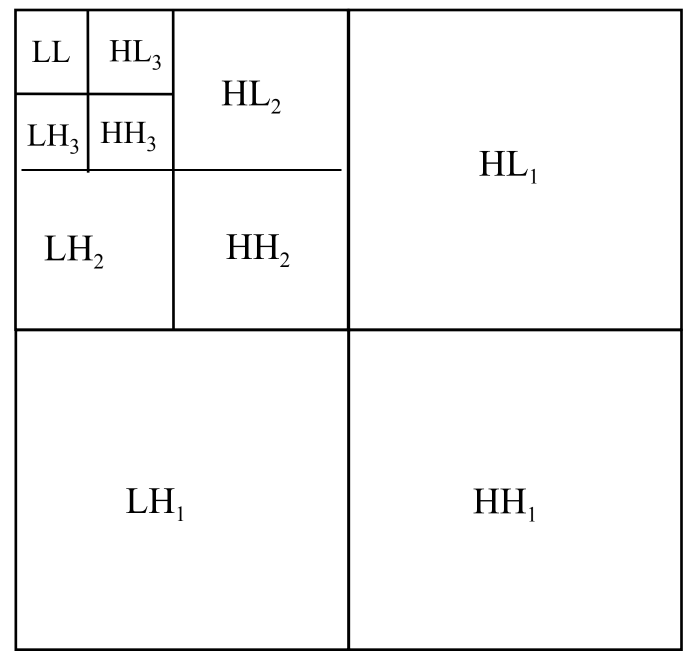
exemples d'ondelettes



Analyse Multirésolution: Ondelette

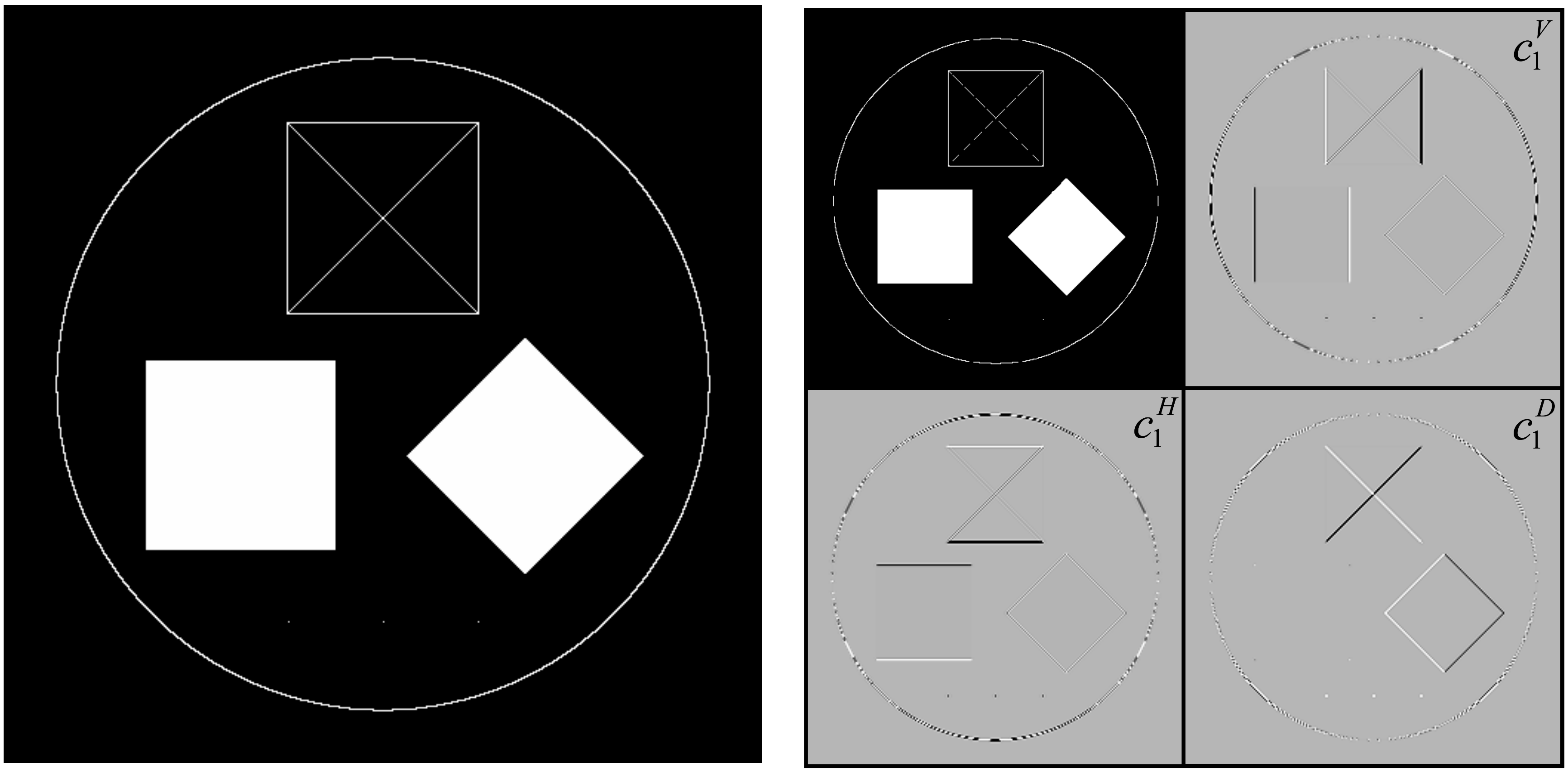
Décomposition multirésolution 2D ou séparable :





Analyse Multirésolution: Ondelette

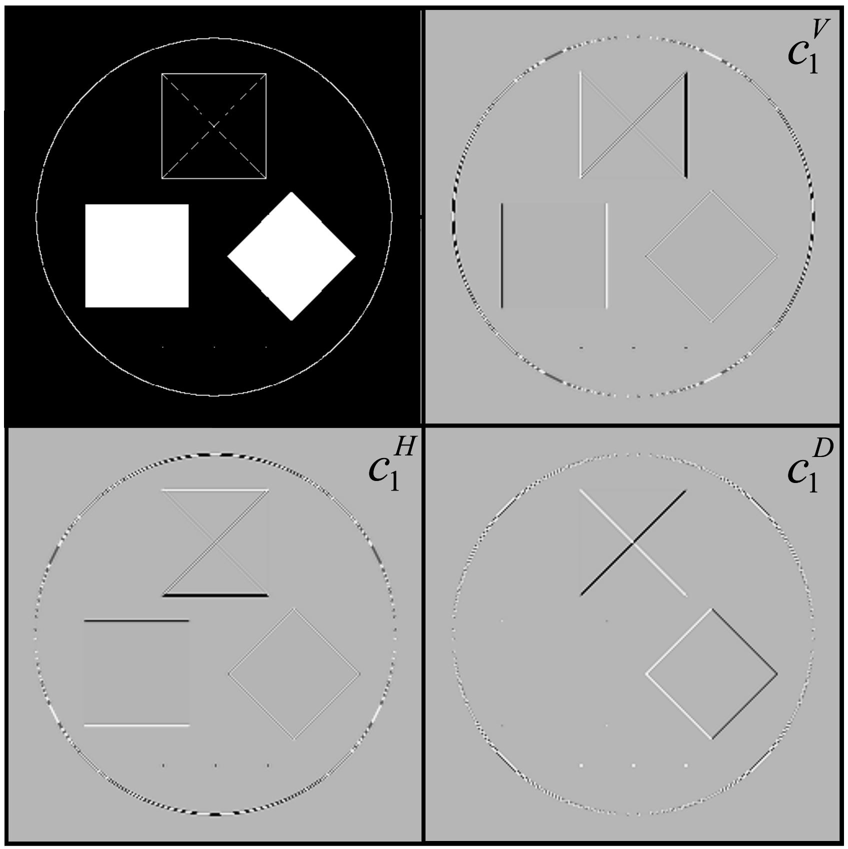
Décomposition multirésolution 2D ou séparable :



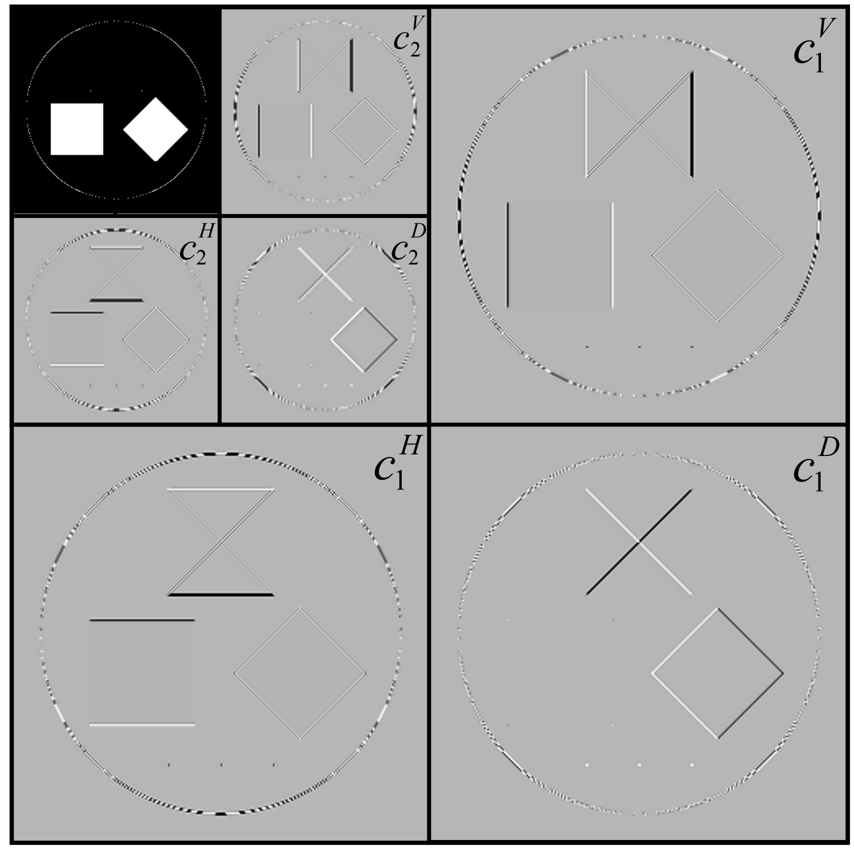
(a) (b)

Analyse Multirésolution: Ondelette

Décomposition multirésolution 2D ou séparable :



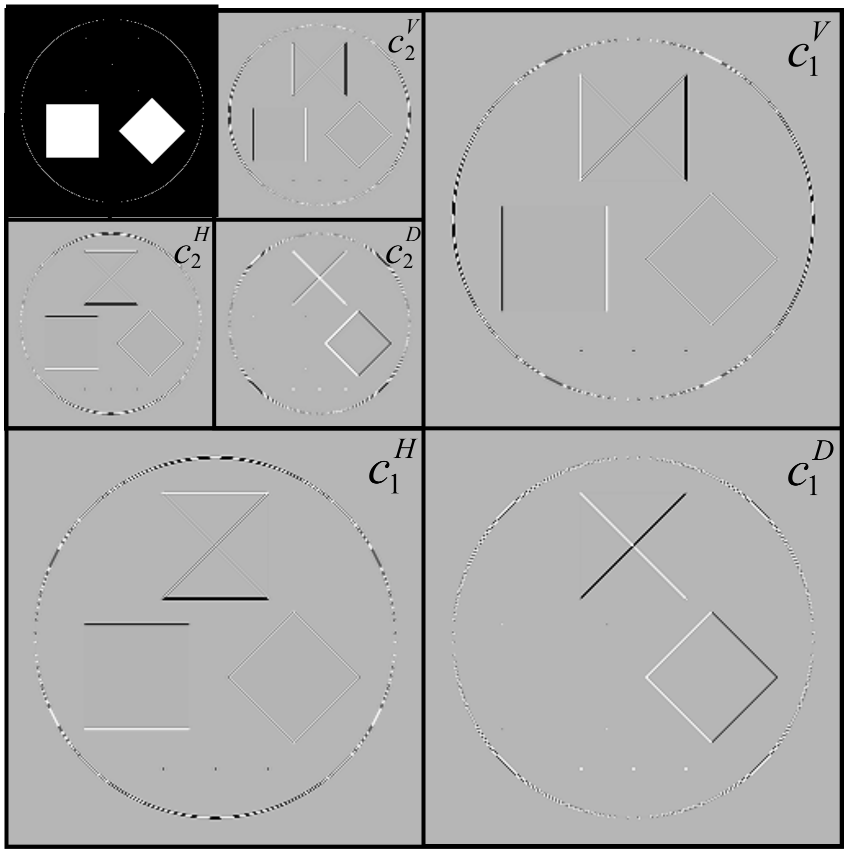
(c)



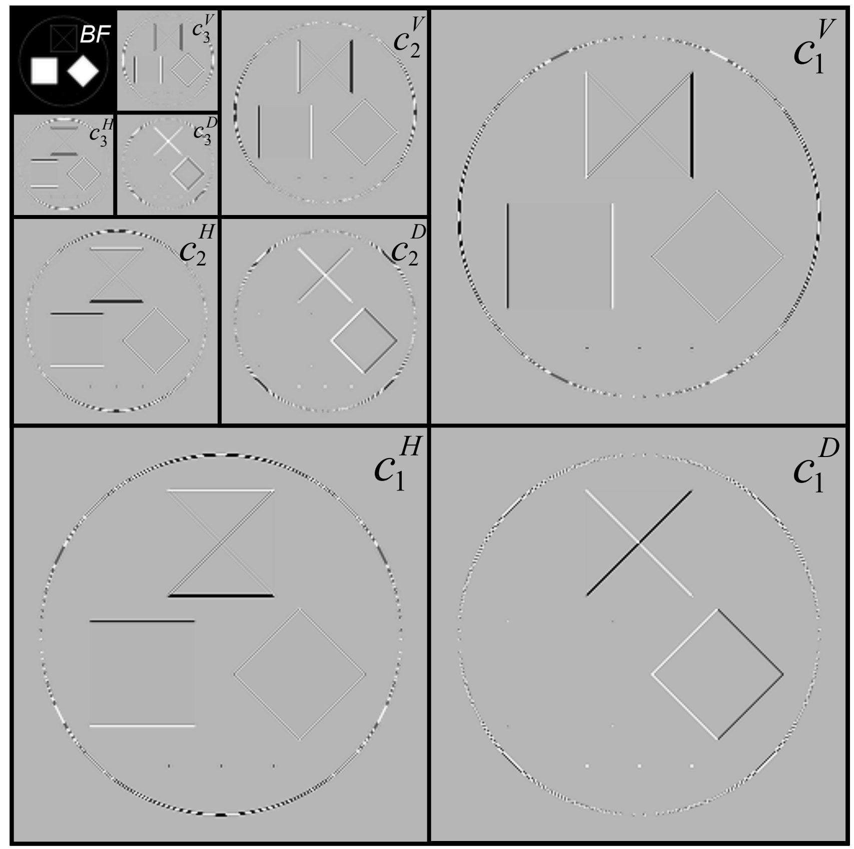
(d)

Analyse Multirésolution: Ondelette

Décomposition multirésolution 2D ou séparable :

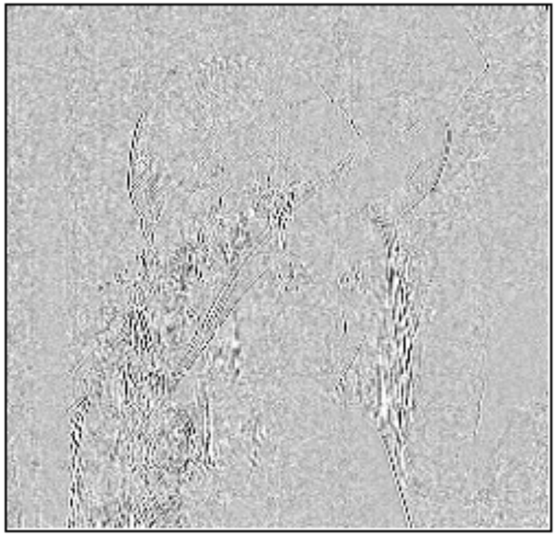


(e)

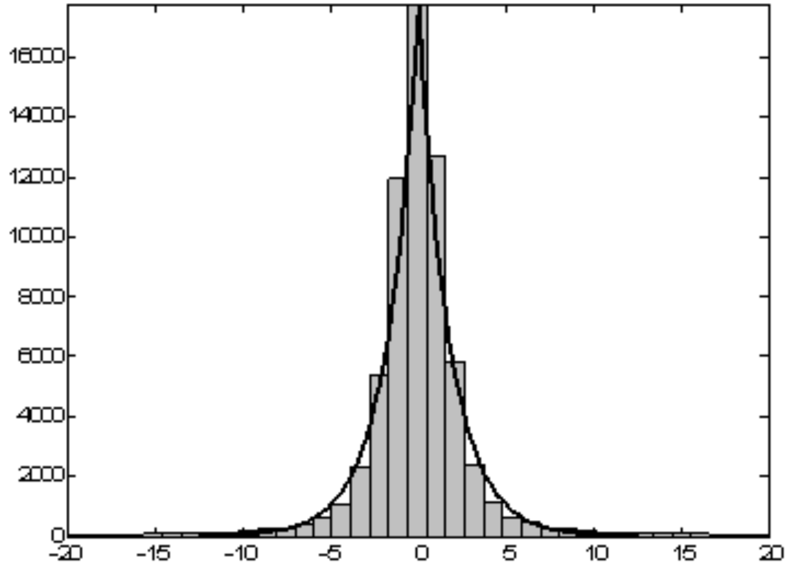


(f)

Analyse Multirésolution: Ondelette



(a)



(b)

Gaussienne généralisée

Modèle de loi des coefficients:

$$f_X(x) = a.e^{-|b.x|^p} \quad 0 < p \leq 2$$

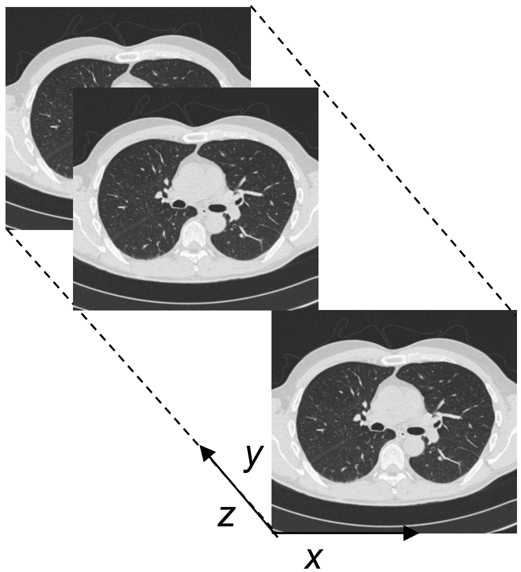
$$a = \frac{b.p}{2.\Gamma(1/p)} \quad b = \frac{1}{\sigma}\sqrt{\frac{\Gamma(3/p)}{\Gamma(1/p)}}$$

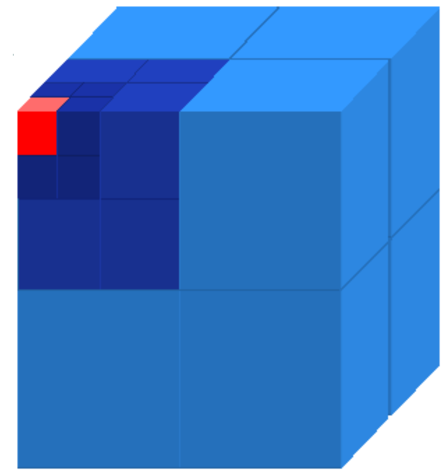
$$\Gamma(n+1) = n! \qquad \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$$

$$\Gamma\left(m + \tfrac{1}{2}\right) = \frac{1.3.5\ldots.(2m-1)}{2^m}\sqrt{\pi}, \quad m = 1,2,3,\ldots$$

Changement d'espace : Ondelettes

Cas des images volumiques





Volume de coefficients d'ondelettes

Analyse Multirésolution: Ondelette

- est bien adaptée aux signaux <u>non-stationnaires</u>
- permet une décomposition <u>spatio-fréquentielle</u> de l'image
- permet une décomposition <u>multirésolution</u>
- pas d'effets de bloc
- permet la transmission progressive

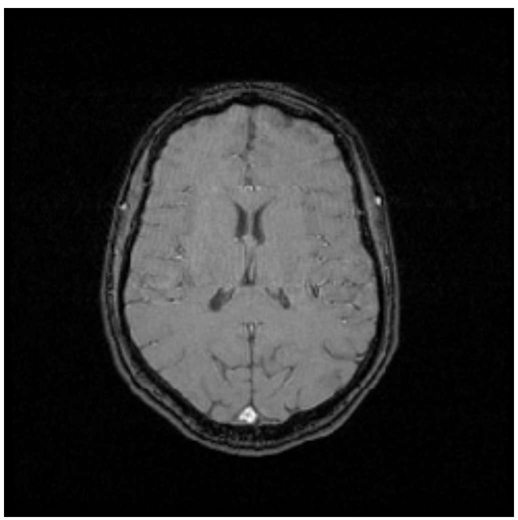


Image originale

<u>coefficients d'ondelettes</u>

(détails perdus entre 2 résolutions)

Image basse fréquence

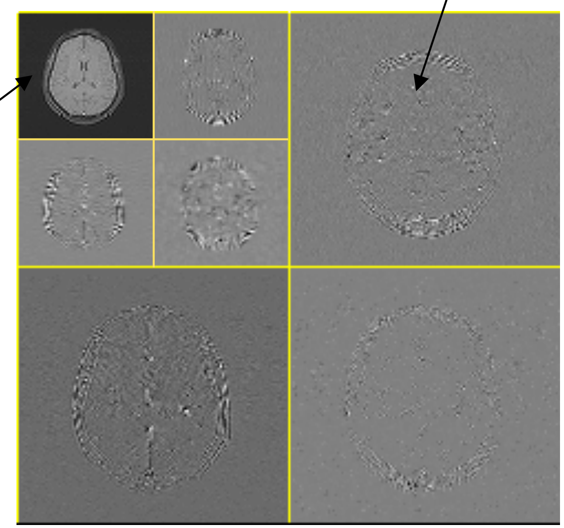
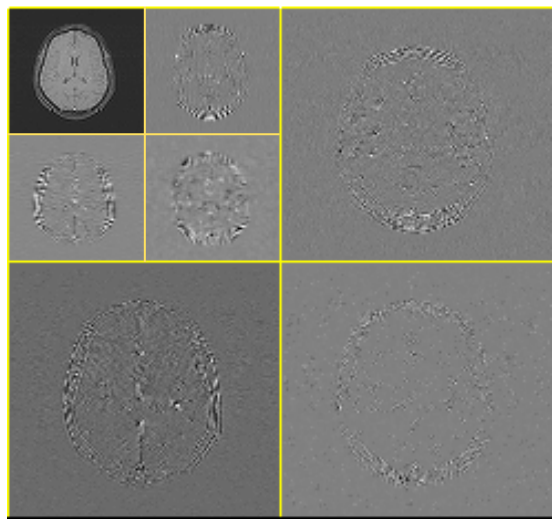


Image transformée

Analyse Multirésolution

2 approches : interbandes ou intrabandes



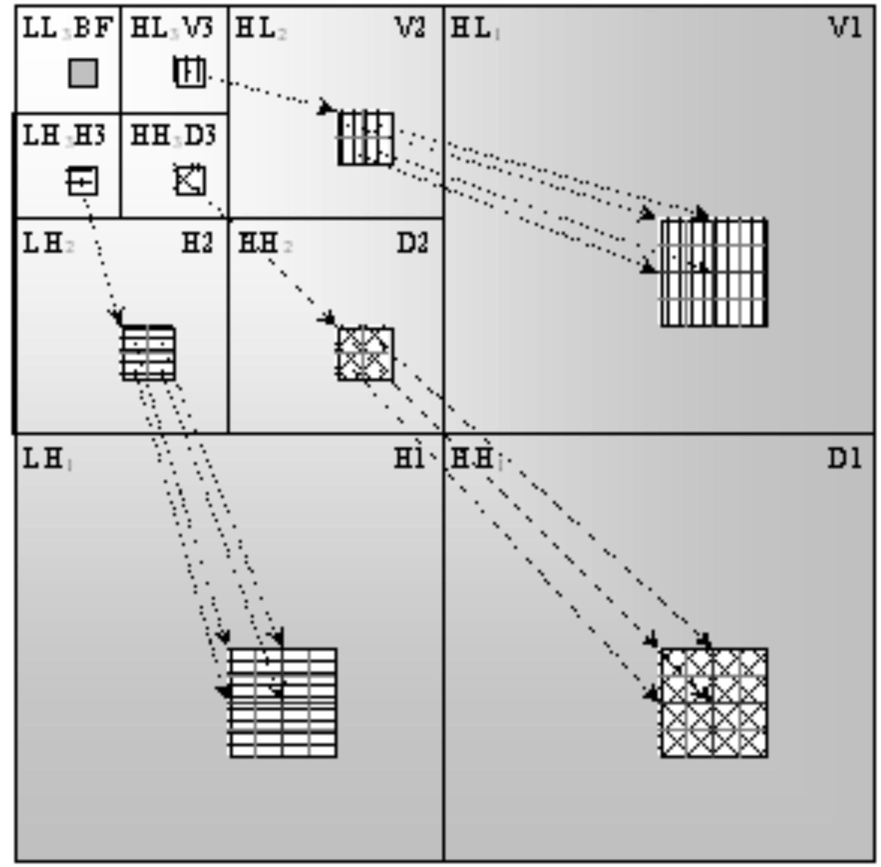
on code les **dépendances** entre les sous-images.

chaque sous-image est codée de manière **indépendante.**

Analyse Multirésolution

Approche interbandes

Algorithmes EZW, SPIHT



Codage des coefficients non significatifs (arbres de zéros)

1 zéro parent dans la BF (résolution *L*)

⇓

4^L coefficients au total

Passes successives pour déterminer le seuil qui permettra d'atteindre le débit cible

Avantages : simplicité, efficacité

Inconvénient : sensibilité aux erreurs de transmission

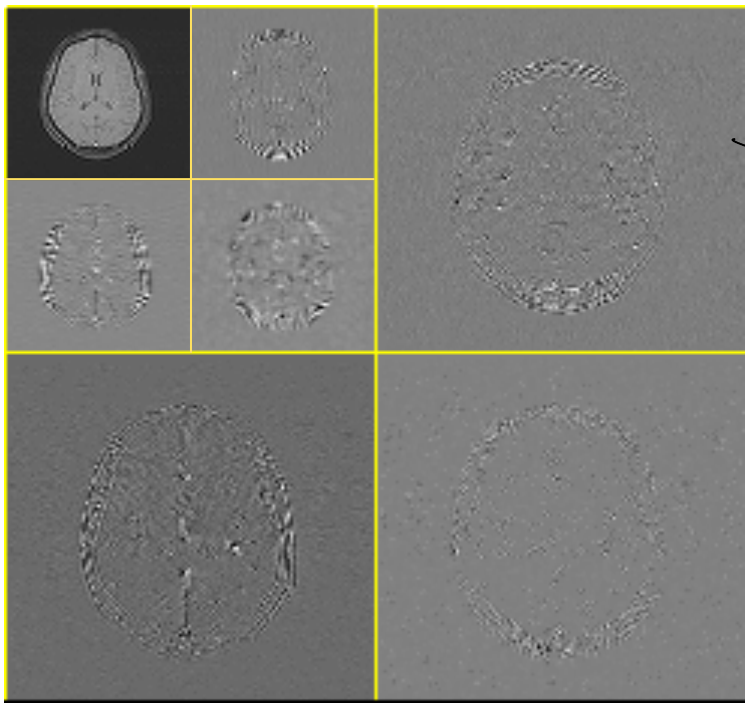
Analyse Multirésolution

Approche interbandes

Transmission progressive (bits significatifs + raffinement)

Analyse Multirésolution

Approche intrabandes



Nécessité de définir <u>un débit pour chaque sous-bande</u>

Sous-bande *k* : R_k

Au total : $R = \sum_k R_k = R_{cible}$

Problème : <u>obtenir la distorsion totale la plus faible</u>

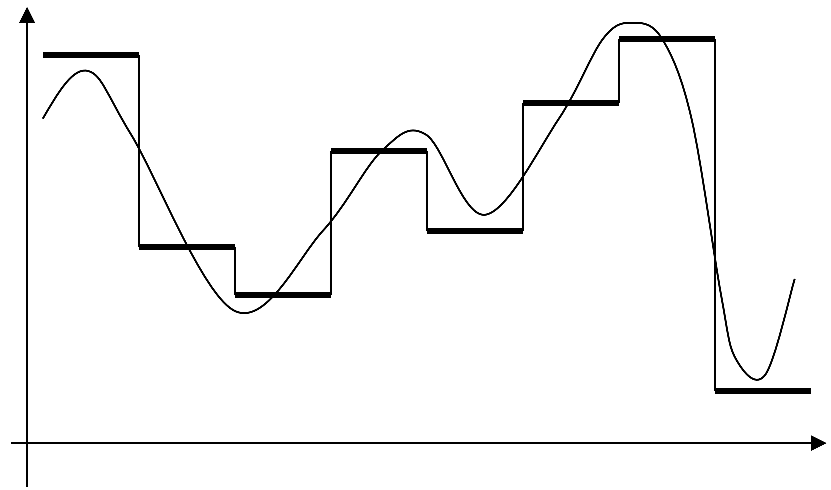
(cf paragraphe JPEG2000)

Plan du Cours

1. Introduction
2. Outils mathématiques de base
3. Stratégie de compression
4. Transformée
5. Quantification
6. Codage (cf cours CDCCE (TRS))
7. Compression d’images fixes : de JPEG à JPEG2000
8. Compression de vidéos : de MPEG I à MPEG IV
9. Transmission de documents confidentiels et sécurité

Quantification : Principe

BUT : Représenter un signal numérisé sur L1 niveaux par L2 niveaux   L2<L1



Adaptation optimale
des niveaux au signal

Quantification : Principe

Signal d'entrée $\mathbf{x}$ à valeurs réelles → Quantificateur → Signal de sortie $\mathbf{y}$ à valeurs discrètes dans un dictionnaire C

DICTIONNAIRE $C = \{\mathbf{y}_i\}_{i \in \mathfrak{I}} \subset \mathbf{R}^n$ avec $\mathfrak{I}$ ensemble d'index

QUANTIFICATION $\boxed{Q = \beta \circ \alpha}$

avec $\begin{aligned} \alpha : \mathbf{R}^n &\to \mathfrak{I} \\ \mathbf{x} &\mapsto i \end{aligned}$ et $\begin{aligned} \beta : \mathfrak{I} &\to C \\ i &\mapsto \mathbf{y}_i \end{aligned}$

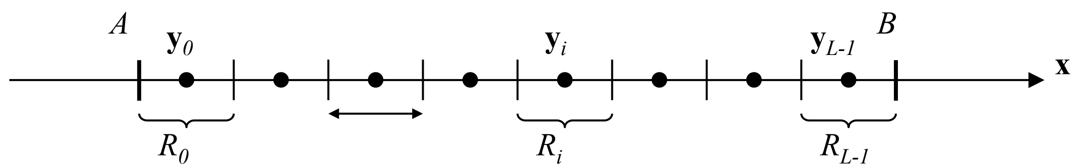
On a donc : $\boxed{Q(\mathbf{x}) = \mathbf{y}_i}$

Quantification : Principe

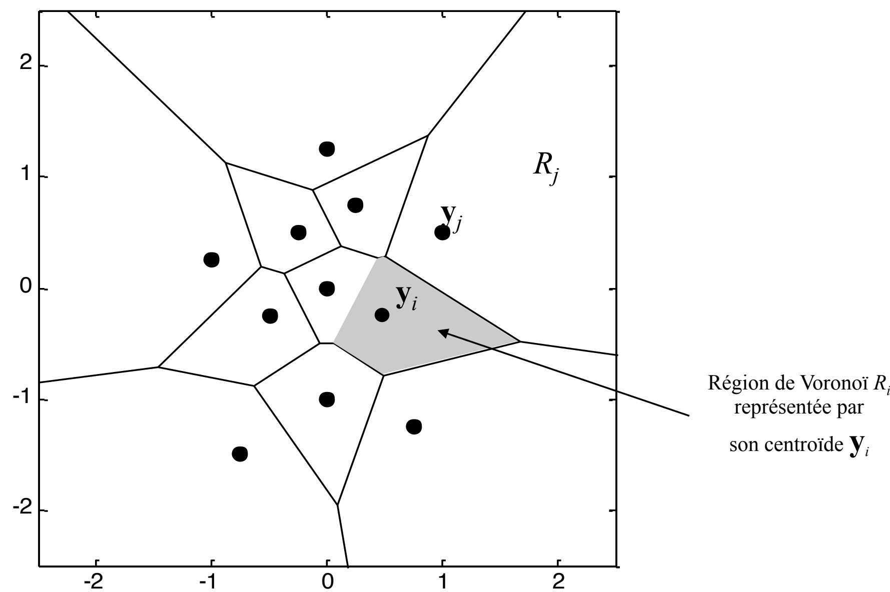
DICTIONNAIRE → Partitionnement de l'espace en régions de Voronoï

$$\Re_i = \{\mathbf{x}\in\mathbf{R}^n \mid \alpha(\mathbf{x}) = i\} = \{\mathbf{x}\in\mathbf{R}^n \mid Q(\mathbf{x}) = \mathbf{y}_i\}$$

- cas scalaire $(n=1)$



- cas vectoriel $(n>1)$

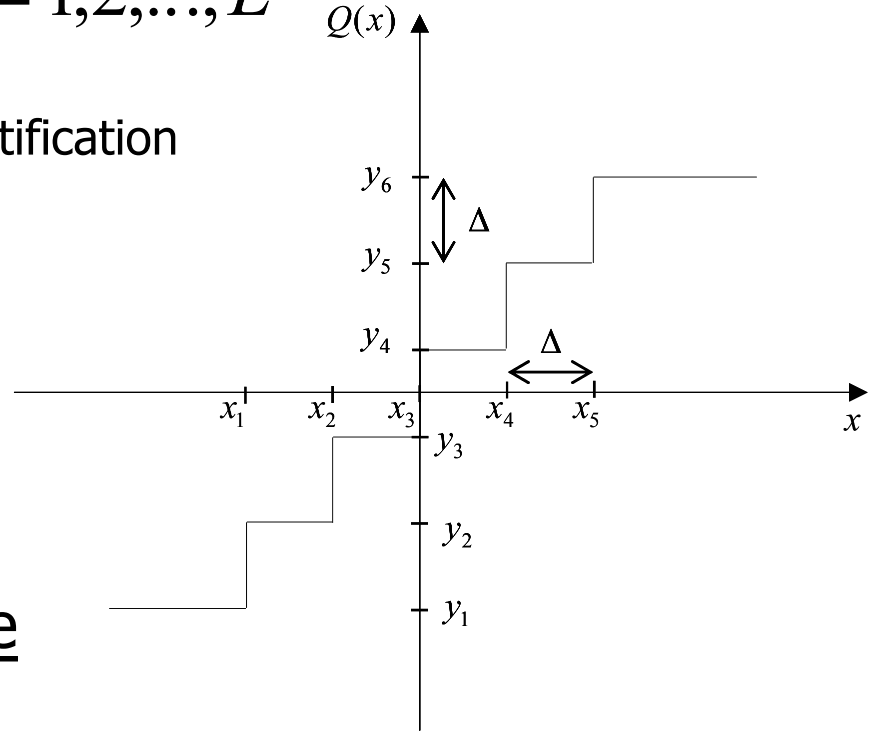


Quantification scalaire uniforme

QSU : le plus simple qui existe

$$Q(x) = y_i \;\text{ si }\; x_{i-1} \le x < x_i \;\text{ pour } i = 1,2,\ldots,L$$

$$\Re_i = [x_{i-1}, x_i[= \Delta$$ pas de quantification



Implantation :

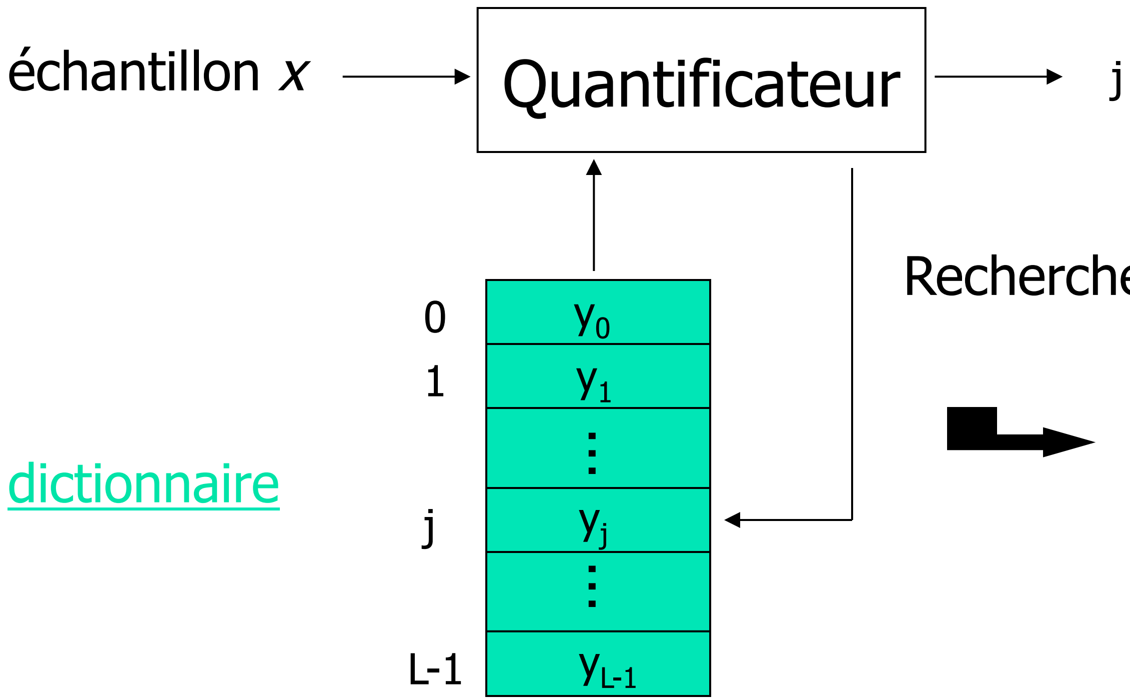
$$\alpha(x) = \left\lfloor \frac{x}{\Delta} \right\rfloor \qquad \beta(i) = \left(i + \frac{1}{2}\right).\Delta$$

QSU optimal pour une source uniforme

pour une source non uniforme : *QS optimal* (Max-Lloyd)

« pas » variable (s'adapte à la statistique)

Compression par quantification



Recherche du plus proche voisin

$$j = \arg\min_{i \in \{0,\ldots,L-1\}} (x - y_i)^2$$

on note : $y_j = Q(x)$

La recherche de $\min_{i \in \{0,\ldots,L-1\}} (x - y_i)^2$

RAPIDE dans le cas SCALAIRE UNIFORME
fonction *round* (x)

LENTE dans le cas VECTORIEL
recherche exhaustive

Caractéristiques de quantification

Débit binaire (dictionnaire contenant *L* représentants)

Maximal : $R_{\max} = \log_2 L$ bits / échantillon

Entropique : $R_e = -\sum_{k=1}^{L} p_k(y_k)\log_2 p_k(y_k)$ bits / échantillon

$R_e \leq R_{\max}$

Exemple :

Image d'entrée
8 bits/pixel → Quantificateur
L=16 niveaux → Image de sortie
$R_{\max}$ = 4 bits/pixel

Taux de compression $= \dfrac{8\ bits/pixel}{4\ bits/pixel} = 2:1$

Caractéristiques de quantification

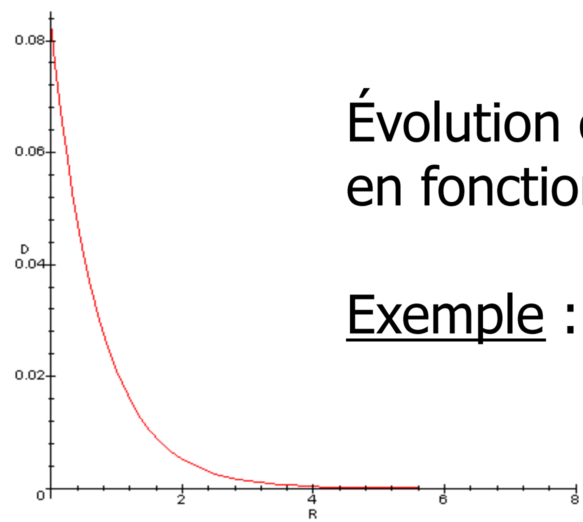
Distorsion moyenne

$$D = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\| X - Q(X) \right\|^2 f_X(x)\, dx$$

$f_X(x)$: densité de probabilité de la variable aléatoire d'entrée *X* (intensité du pixel)

avec $f_X(x)\,dx = p_X(x) = probabilit\acute{e}\{X = x\}$

D



R (bpp)

Évolution de la distorsion en fonction du débit

<u>Exemple</u> : cas scalaire uniforme $D(R) = \frac{1}{12} 2^{-2R}$

Plan du Cours

1. Introduction
2. Outils mathématiques de base
3. Stratégie de compression
4. Transformée
5. Quantification
6. Codage sans perte (cf cours CDCCE (TRS))
7. Compression d’images fixes : de JPEG à JPEG2000
8. Compression de vidéos : de MPEG I à MPEG IV
9. Transmission de documents confidentiels et sécurité

Codage sans perte (notions)

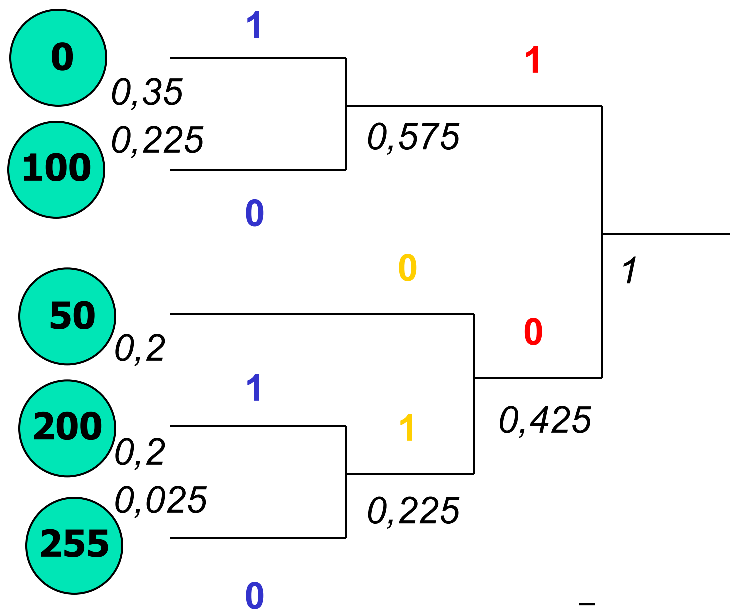
- longueur fixe / longueur variable
- décodage unique (sans ambiguïté)
- code préfixe

Code de Huffman

Code préfixe mis au point par D.A. Huffman en 1952

Exemple : Soient les symboles 0,50,100,200,255 à coder.

k	I(k)	p_k
0	0	0,35
1	50	0,2
2	100	0,225
3	200	0,2
4	255	0,025



k	I(k)	Code c(k)
0	0	11
1	50	00
2	100	10
3	200	011
4	255	010

avantages : faible complexité, code instantané, plus petit $\bar{l}$ parmi tous les codes instantanés

inconvénients : performances faibles, nécessité de connaître toute la source

Version adaptative du code de Huffman