Etude d'un système modélisé sous la forme d'un premier ordre

Arthur Garnier

1 Système en boucle ouverte

1. $\frac{K}{s\tau+1}$
2. $K(1-e^{-\frac{t}{\tau}}).U0(t)$

$u(t) = U0$ pour $t \geq 0$

$Y(s) = U(s)G(s)$

$Y(s) = \frac{k}{1+s\tau}\frac{U0}{s}$

$Y(s) = \frac{k/\tau}{s+1/\tau}\frac{U0}{s}$

$Y(s) = \frac{k}{T}U0(\frac{\alpha}{s} + \frac{\beta}{s+1/T})$

$Y(s) = kU0(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau})$

$\frac{1}{s(s+1/\tau)} = \frac{\alpha}{s} + \frac{\beta}{s+1/\tau}$

Xs et $s = 0 \Rightarrow \alpha = T$

$X(s+1/\tau)$ et $s = -\frac{1}{T} \Rightarrow \beta - \tau$

En temporel :

$y(t) = kU0(1(t) - e^{-t/\tau}1(t))$

$\boxed{y(t) = kU0(1 - e^{-t/\tau}1(t))}$

En matlab

```
k=3
T=2
t=0:0.01:10
U0=1
y=k*U0*(1-exp(-t/T))
G=tf(k,[T, 1]);
y1=step(G)
```

ou

```
k = 3;
t = 2;
G = tf ( k , [t,1]);

hold on
```

```
opt = stepDataOptions('StepAmplitude',1);
step(G,opt);

opt = stepDataOptions('StepAmplitude',2);
step(G,opt);

opt = stepDataOptions('StepAmplitude',5);
step(G,opt);
```

2 Système en boucle fermée - cas d'un correcteur proportionnel

1. Cf. Diapo 3-4 du cours en supprimant l'actionneur et le capteur, l'installation étant 1/(1+sT)
2. En prenant u(t) le signal en sortie du correcteur, on a : $\boxed{u(t) = K\varepsilon(t)}$ car c'est un correcteur proportionnel.

$\frac{Y(s)}{Y_c(s)} =?$

$Y(s) = G(s)U(s)$

$U(s) = C(s)\varepsilon(s)$

$\varepsilon(s) = Y_c(s) - Y(s)$

$Y(s) = G(s)C(s)(Y_c(s) - Y(s))$

$Y(s)[1 + C(s)G(s)] = C(s)G(s)Y_c(s)$

$\frac{Y(s)}{Y_c(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} = \frac{K(\frac{1}{1+sT})}{1+K(\frac{1}{1+sT})} = (\frac{K}{1+K+sT}) = \frac{K_{bf}}{1+sT_{bf}}$

$K_{bf} = \frac{K}{1+K}$

$T_{bf} = \frac{T}{1+K}$