

## Automatique

- Travaux Dirigés -

P. SIBILLE

### Exercice n°1 : Schéma « Tuyauteries et Instrumentation de processus »

On considère le système de réservoirs représenté à la figure 1.

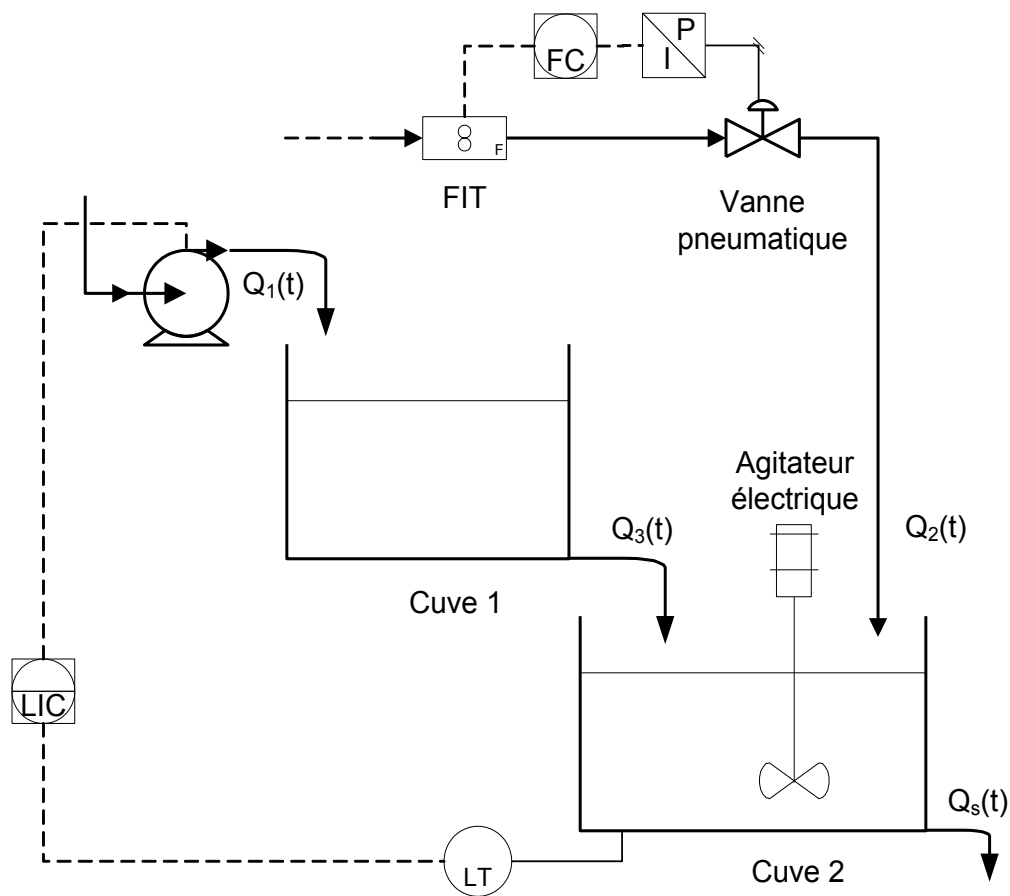
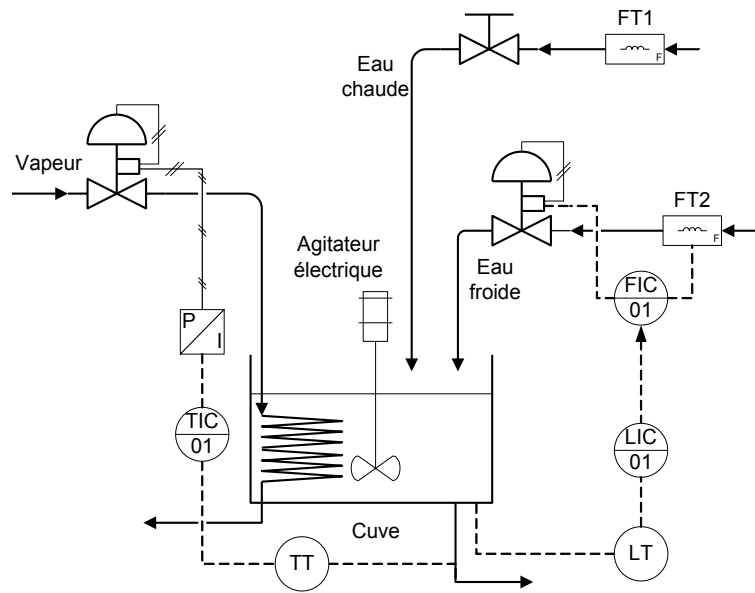


Figure 1

1. Expliquer le principe de fonctionnement de cette installation.
2. Donner le schéma fonctionnel de ce système. Faire apparaître sur le schéma les différents signaux (consigne, signal de commande...).

### Exercice n°2 : Schéma « TI »

On considère le système représenté à la figure 2.



**Figure 2**

1. Expliquer le principe de fonctionnement de cette installation.
2. Donner le schéma fonctionnel de ce système. Faire apparaître sur le schéma les différents signaux (consigne, signal de commande...).

### Exercice n°3 : Transformations de schémas blocs

Vérifier les propriétés d'associations de fonctions de transfert décrites à la figure ci-après.

**Table 2.7. Block Diagram Transformations**

Transformation	Original Diagram	Equivalent Diagram
1. Combining blocks in cascade		
2. Moving a summing point behind a block		
3. Moving a pickoff point ahead of a block		
4. Moving a pickoff point behind a block		
5. Moving a summing point ahead of a block		
6. Eliminating a feedback loop		

**Figure 3 : transformations de schémas blocs**

### Exercice n°4 : Etude d'un système modélisé sous la forme d'un premier ordre

On considère un premier ordre de gain statique égal à  $k$  et de constante de temps  $T$ . Ce type de fonction de transfert donne une approximation de relation de type « cause à effet ». Par exemple, cette fonction de transfert peut modéliser un thermomètre réalisé à partir d'une thermistance. Physiquement, lorsque celui-ci est brutalement soumis à une variation brusque de température (équivalent à un échelon) la température indiquée par ce dernier évoluera plus ou moins rapidement pour atteindre la nouvelle valeur, ce qui correspond bien à la fonction de transfert choisie.

Ce type de fonction de transfert peut aussi représenter le lien, en première approximation, entre la tension d'alimentation d'un moteur à courant continu et sa vitesse...

Dans cet exercice, on étudiera la fonction de transfert en boucle ouverte et puis en boucle fermée.

#### Système en boucle ouverte

1. Donner la fonction de transfert du système du 1<sup>er</sup> ordre.
2. On applique à l'entrée du système du 1<sup>er</sup> ordre un signal de commande qui est un échelon d'amplitude  $U_0$ . Pour différentes valeurs de  $U_0 = 1, 2$  et  $5$ , simuler la réponse à ce signal. Sur la courbe de réponse mettre en évidence la constante de temps du système et afficher la valeur prise par la sortie en régime permanent. Que représente le gain statique ?

## **Système en boucle fermée – cas d'un correcteur proportionnel**

On suppose maintenant que ce système du premier ordre a un gain statique unitaire ( $k=1$ ) et est placé dans une boucle d'asservissement fermée avec un correcteur proportionnel de gain  $K$ .

1. Représenter le schéma fonctionnel de cet asservissement.
2. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement.
  - a. Montrer que le gain statique du système bouclé est  $K/(K+1)$ . Conclusions ?
  - b. Montrer que la constante de temps du système bouclé est  $T/(K+1)$ . Conclusions ?
3. Réaliser un simulateur de l'asservissement. Le signal de consigne est un échelon d'amplitude  $E_0$ . Avec  $E_0 = 1$ , simuler la réponse à ce signal pour différentes valeurs de  $K$  ( $K=1, 2, 10$ ). Pour chaque simulation, relever les valeurs de la constante de temps et de la sortie en régime permanent. Expliquer l'influence du gain  $K$  sur les caractéristiques du signal de sortie.
4. Comparer également ces caractéristiques avec celles du système en boucle ouverte.
5. Calculer la fonction de transfert entre la commande et la consigne. Dans les mêmes conditions que précédemment visualiser le signal de commande en sortie du correcteur pour un échelon de consigne. Conclusions ?

## **Système en boucle fermée – cas d'un correcteur de type proportionnel, intégral**

On suppose toujours que le système du premier ordre a un gain statique unitaire ( $k=1$ ) et est placé dans une boucle d'asservissement fermée avec un correcteur proportionnel, intégral de gain  $K$  et de constante de temps d'intégration  $T_i$ . Il est supposé être de structure mixte.

1. Représenter le schéma fonctionnel de cet asservissement.
2. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement.
  - a. Quel est l'ordre de la fonction de transfert en boucle fermée ?
  - b. Que vaut maintenant le gain statique du système bouclé. Conclusions ?
3. Réaliser un simulateur de l'asservissement. On fixe  $T_i$  à 3 et le signal de consigne est un échelon d'amplitude  $E_0$ . Avec  $E_0 = 1$ , simuler la réponse à ce signal pour différentes valeurs de  $K$  ( $K=0.1, 1, 10$ ). Expliquer l'influence du gain  $K$  sur les caractéristiques du signal de sortie.
4. On fixe  $K$  à 1 et le signal de consigne est un échelon d'amplitude  $E_0$ . Avec  $E_0 = 1$ , simuler la réponse à ce signal pour différentes valeurs de  $T_i$  ( $T_i=0.3, 3, 30$ ). Expliquer l'influence du coefficient  $T_i$  sur les caractéristiques du signal de sortie.
5. On désire que la boucle fermée du système se comporte comme un second ordre standard dont on choisira les valeurs du gain statique, du coefficient d'amortissement et de la pulsation propre. Expliquer comment ces valeurs peuvent être choisies ? Tracer la réponse indicielle de ce second ordre.
6. Les caractéristiques de ce second ordre étant choisies, déterminer les valeurs des paramètres du correcteur.
7. Tracer la réponse indicielle du système en boucle fermée. Est-elle identique à celle obtenue à la question 5 ? Conclusions.

8. Calculer la fonction de transfert entre la commande et la consigne. Dans les mêmes conditions que précédemment visualiser le signal de commande en sortie du correcteur pour un échelon de consigne. Conclusions ?

### Système en boucle fermée – cas d’un correcteur de type proportionnel, intégral – modèle de référence

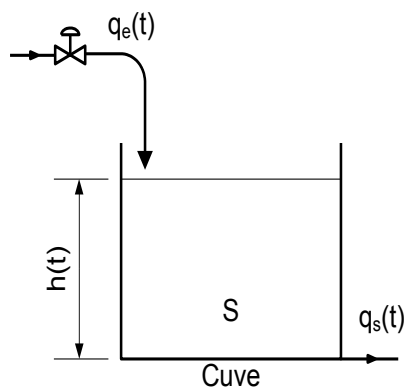
On est dans les mêmes conditions que précédemment. Simplement, dans cette partie, un modèle de référence est ajouté au schéma d’asservissement.

1. Représenter le schéma fonctionnel de ce nouvel asservissement.
2. Quel est l’intérêt de ce modèle référence ?
3. Comment doit-il être choisi ?
4. Simuler la réponse indicielle de l’ensemble. Conclusions ?
5. Calculer la fonction de transfert entre la commande et la consigne. Dans les mêmes conditions que précédemment visualiser le signal de commande en sortie du correcteur pour un échelon de consigne. Conclusions ?

**Application numérique** :  $k = 3$ ,  $T = 2$  s.

### Exercice n°5 : Modélisation d’une cuve

On considère le processus hydraulique représenté à la figure 4.



**Figure 4**

avec les grandeurs :

- $q_e(t)$  : débit entrant,  $m^3 s^{-1}$
- $q_s(t)$  : débit sortant,  $m^3 s^{-1}$
- $h(t)$  : niveau dans le réservoir,  $m$
- $S$  : section du réservoir (constante);  $S = 1m^2$

En régime laminaire, le débit de sortie  $q_s(t)$  d’un fluide soumis à une charge  $\Delta P(t) = \rho g h(t)$  dans une canalisation horizontale de diamètre  $d$  et de longueur  $L$  est donné par la loi de Poiseuille :

$$q_s(t) = \frac{\pi d^4}{128 \eta L} \Delta P(t)$$

avec  $\rho$  : masse volumique du fluide,  $\eta$  : coefficient de viscosité dynamique du fluide.

1. Par analogie à l'électricité, calculer la résistance hydraulique.
2. Déterminer la fonction de transfert du système  $G(s) = H(s)/Q_e(s)$  en fonction des différents paramètres précédents.
3. Déterminer également la fonction de transfert :  $F(s) = Q_s(s)/Q_e(s)$
4. Tracer les réponses de ces 2 fonctions de transfert à un échelon d'amplitude 10l/mn.

On considère la régulation de niveau introduite dans l'exercice n°1. On ne prendra pas en compte la régulation sur le débit  $Q_2(t)$ . On notera  $S_1$  et  $S_2$  leur section respective et  $R_1$  et  $R_2$  leur résistance hydraulique.

Le correcteur est un correcteur à action proportionnelle. Le capteur de niveau délivre un signal proportionnel à la hauteur. Le débit de pompe est également proportionnel au signal de commande délivré par le correcteur.

5. On suppose que le débit de perturbation est nul ( $Q_2(t)=0$ ). Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée de la régulation.
6. Si le débit de perturbation est non nul, exprimer le niveau de sortie du réservoir inférieur en fonction de la consigne de niveau et du débit de perturbation.

**Application numérique** : Cas de la glycérine :  $\rho = 1260\text{kg/m}^3$ ,  $\eta = 1490\text{Pa.s}$ ,  $d = 150\text{ mm}$  et  $L = 0.2\text{m}$ .

### Exercice n°6 : Modèle simplifié d'une suspension : modèle quart de voiture

Considérons un « quart » de véhicule formé d'une roue, de son amortisseur et de la masse du châssis reposant sur cette roue.

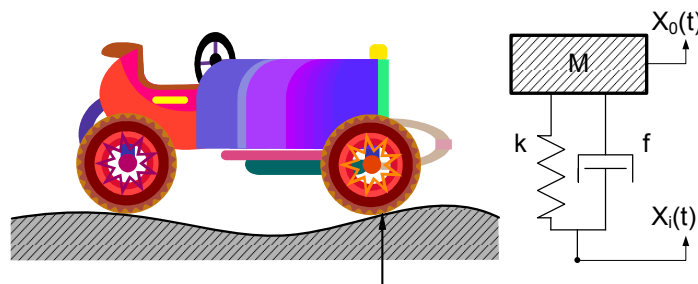


Figure 5

Dans le modèle simplifié étudié :

- le pneu n'est pas pris en compte;
- l'amortisseur est supposé passif et est modélisé par un coefficient constant;
- seuls les déplacements verticaux sont considérés;
- l'entrée et la sortie sont respectivement les déplacements verticaux du point de contact avec le sol et du centre de gravité de la masse;
- ces déplacements sont mesurés par rapport aux positions d'équilibre lorsque la voiture est au repos.

Ce système peut alors être représenté, en première approximation, par une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants.

1. Ecrire l'équation fondamentale de la dynamique.
2. Ecrire les conditions d'équilibre.
3. Montrer que la position du centre de gravité du véhicule vis-à-vis de la position d'équilibre satisfait à l'équation différentielle :

$$M \frac{d^2 x_0(t)}{dt^2} = k(x_i(t) - x_0(t)) + f \left( \frac{dx_i(t)}{dt} - \frac{dx_0(t)}{dt} \right)$$

4. En déduire la fonction de transfert :  $H(p) = \frac{X_0(p)}{X_i(p)}$
5. Calculez les caractéristiques de cette fonction de transfert à savoir : gain statique, pulsation propre et coefficient d'amortissement.
6. Supposez que le conducteur monte brutalement sur un trottoir d'une hauteur de 10 cm, donnez l'expression de la réponse et donnez l'allure de celle-ci.

**Application numérique** :  $f = 2000 \text{ N.s/m}$ ,  $k = 32000 \text{ N/m}$ ,  $M = 250 \text{ kg}$