DFT to FFT

Arthur Garnier

1 Introduction

Nous avons vu la TF :

- Quel est l'équivalent numérique (avec des signaux échantillonnés) ? DFT
- Peut-on la calculer plus vite ? FFT

2 Echantillonnage de la TF

$x(t)$
$x_n = x(nTe)$

On suppose que $x(t)$ est de support borné. Le support est la zone où x(t) est potentiellement différente de 0.

spectre $x(t) = X(f) = TF[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-2i\pi ft}dt$

Signal échantillonné $= \dot{x}(t) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} x_n\delta(t - nTe)$

Spectre de $\dot{x}(t) = \dot{X}(f) = TF[\dot{x}(t)] = a$ spectre de $X(f)$ périodisé $= a \sum\limits_{n=-\infty}^{i} nftyX(f - nfe)$

On va échantillonner le spectre X(f) avec un pas Δf

$X'_k = X(k\Delta f)$

$X'_k = X(k\Delta f) = a\dot{X}(k\Delta f)$ – vrai pour $k\Delta f < \frac{fe}{2}$

$\dot{x}(t) = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} x_n\delta(t - nTe)$

$TF[\dot{x}(t)] = TF[\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} x_n\delta(t - nTe)] = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} TF[x_n\delta(t - nTe)] = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} x_nTF[\delta(t - nTe)] = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} x_nTF[\delta(t)]e^{-2i\pi nTef} = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} x_ne^{-2\pi nTef} = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} x_ne^{-2i\pi nTek\Delta f}$

- $n < 0 \Rightarrow x_n = 0$
- $n > (N - 1) \Rightarrow x_n = 0$

$\dot{X}(k\Delta f) = \sum\limits_{n=0}^{N-1} x_ne^{-2i\pi nkTe\Delta f}$

$\dot{X}(f) = \sum\limits_{n=0}^{N-1} x_ne^{-2i\pi nTef}$