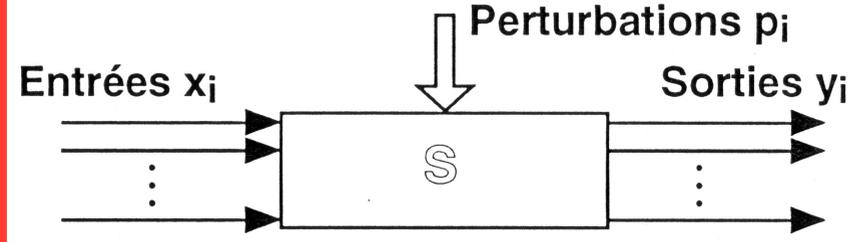


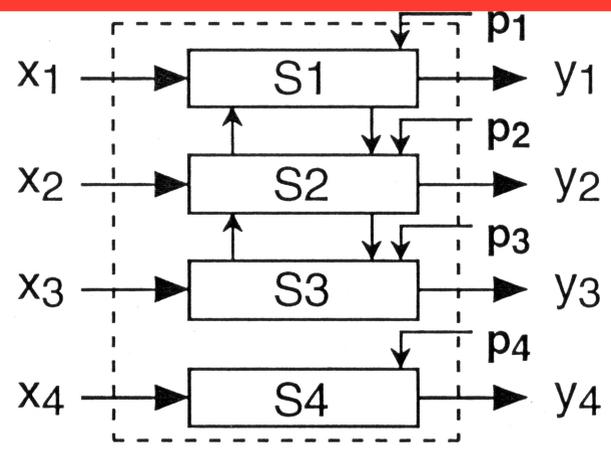
GENERALITES

Comme on l'a déjà mentionné auparavant, un **système**, ou **processus** (on parle aussi de **procédé**, bien que cette dénomination soit plutôt liée à la notion de méthode [de fabrication, etc.]), répond à des signaux d'entrée en produisant d'autres signaux. Certains systèmes peuvent de plus être soumis à des signaux d'entrée particuliers, considérés comme des **perturbations** :

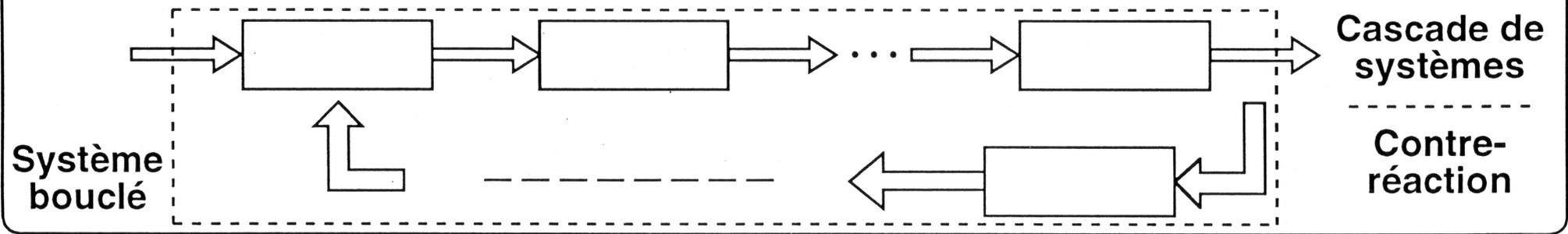


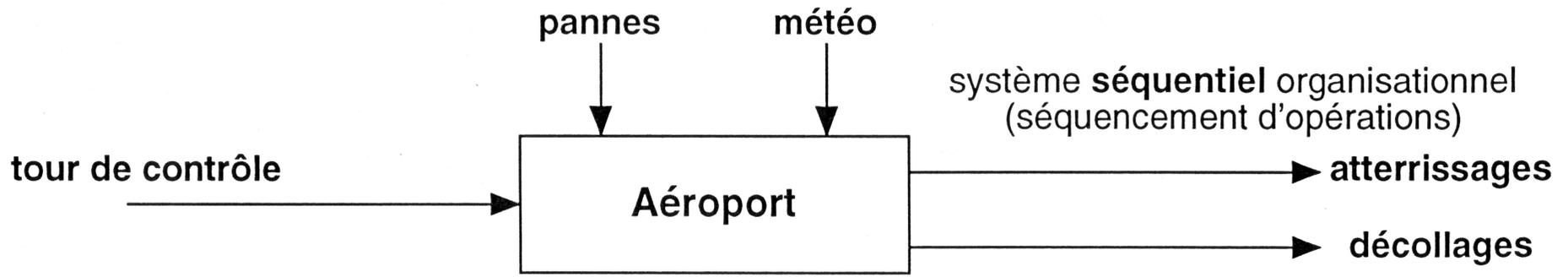
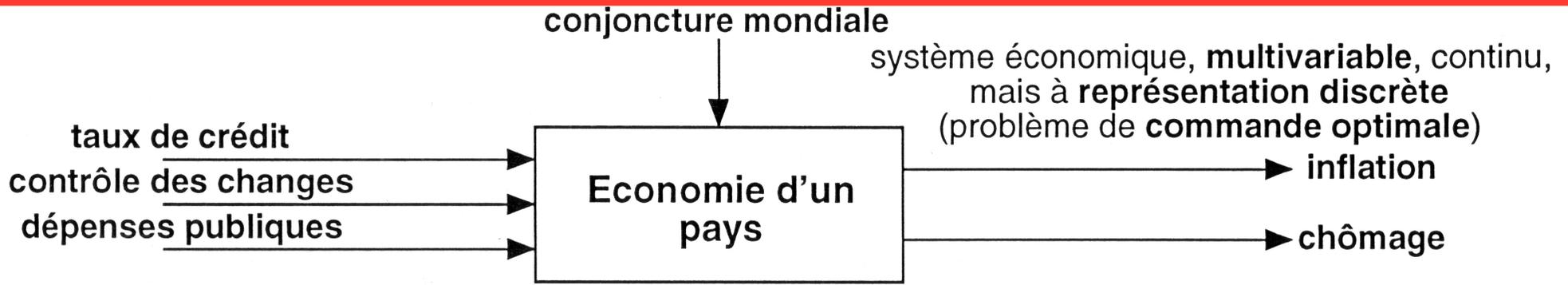
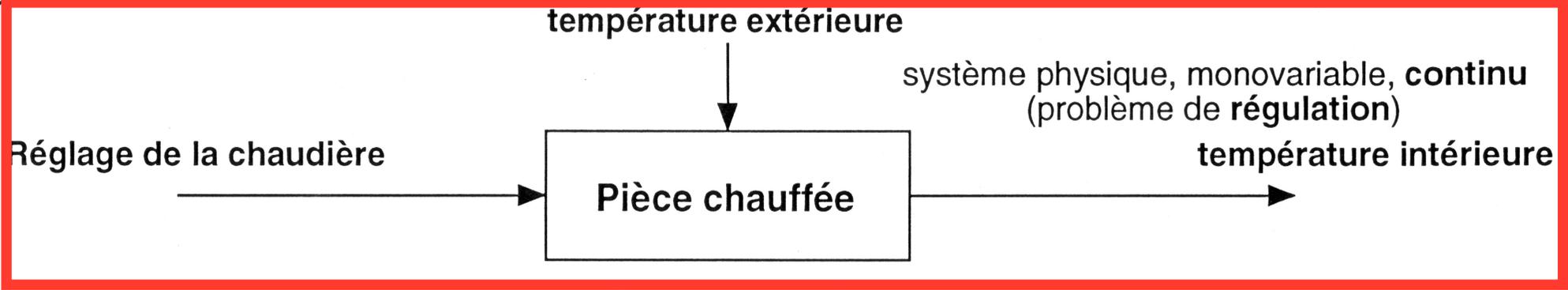
Une telle définition est suffisamment générale pour s'appliquer à des domaines aussi divers que l'économie, la biologie, la géophysique ou l'électronique, aucune précision n'étant donnée sur la nature des signaux et des phénomènes impliqués.

De plus, tout système peut être en fait constitué de plusieurs systèmes, appelés **sous-systèmes**, ces derniers pouvant être par exemple de nature différente. Une autre possibilité consiste à isoler les sous-systèmes **monovariabiles**, mais ceci suppose l'absence de **couplages** internes, i.e d'interactions avec d'autres sous-systèmes (S4).

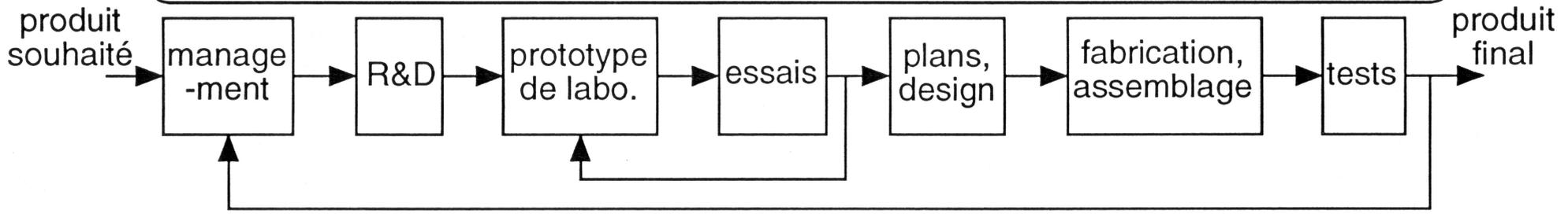


Plusieurs systèmes peuvent bien sûr être assemblés de manière à constituer un seul système plus complexe, par exemple par **mise en série** ou en **cascade**. Enfin, les systèmes qui comportent une **contre-réaction** ou **rétroaction** sont dits "**en boucle fermée**", ou plus simplement **systèmes bouclés**.



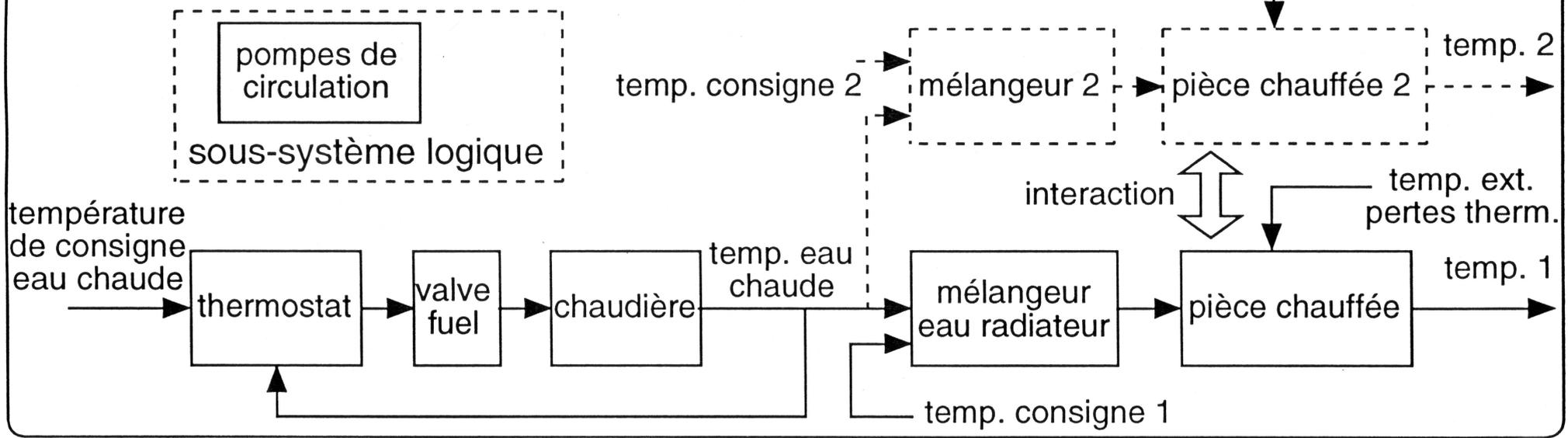


Elaboration d'un produit (système organisationnel, d'ordonnancement)

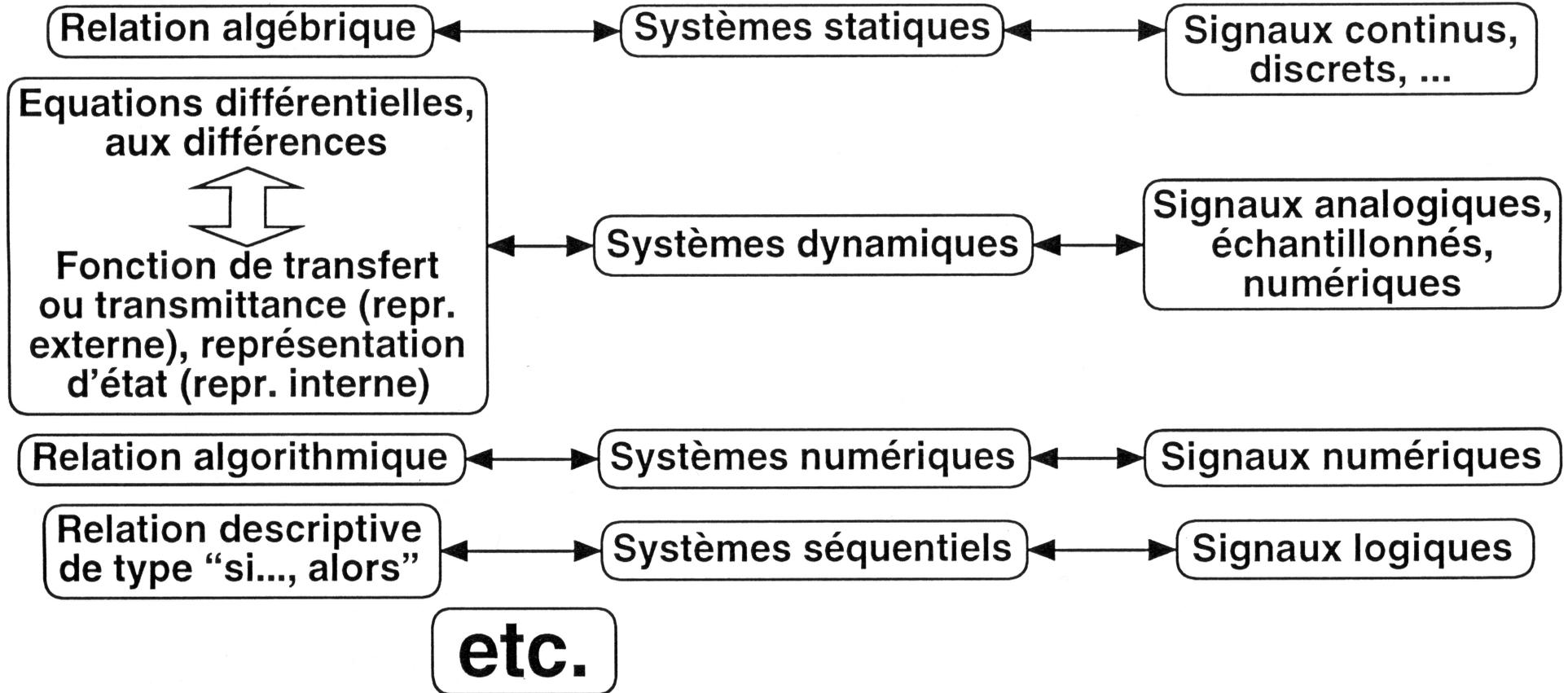


Régulation de température dans une pièce

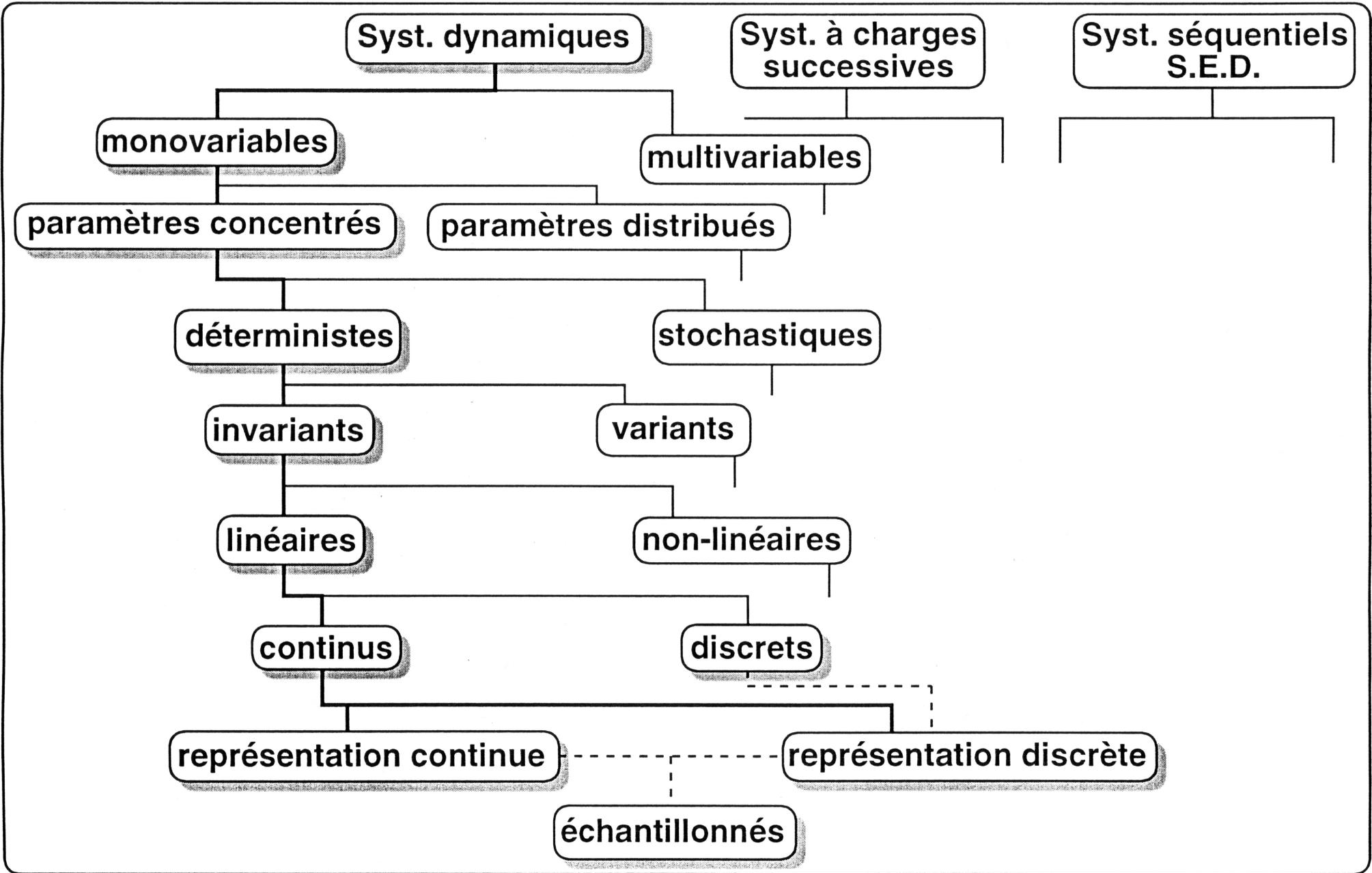
Ce système multivariable, destiné à assurer une température donnée dans une pièce, est constitué de 3 sous-systèmes : le **système logique** de commande de circulation hydraulique, le **système analogique** de régulation de température de l'eau chaude (régulation **TOR**), qui est bouclé, et la pièce munie d'un radiateur. Cas d'une seconde pièce à chauffer : si l'isolation thermique entre les 2 pièces est bonne, on a simplement un quatrième sous-système, dans le cas contraire, les 2 locaux forment un seul sous-système multivariable.



La nature des systèmes considérés est bien sûr en relation avec la nature des signaux impliqués (analogiques, discrets, logiques, etc.), mais également avec le type de **représentation entrées/sorties** correspondant, c'est à dire le modèle mathématique choisi pour décrire son fonctionnement :



Dans le cadre de ce cours, nous sommes intéressés au premier chef par les systèmes d'origine technologique, essentiellement à vocation industrielle, et plus précisément par les systèmes de **commande** et de **régulation**, numériques et analogiques, ainsi que les systèmes de **traitement analogique et numérique de signaux**. Dans ce contexte, les systèmes réels sont le plus souvent **hybrides**, i.e constitués de sous-systèmes de types différents (dynamique et séquentiel, numérique et analogique, etc.).



Systèmes dynamiques : ils sont caractérisés par des phénomènes à évolution continue dans le temps, mais la définition s'étend aux systèmes discrets analogues. Ils sont généralement décrits à partir d'équations différentielles (ou aux différences), d'**équations d'état** ou de **fonctions de transfert** (continues, discrètes ou échantillonnées). Exemples : production et consommation d'énergie, transformation d'énergie ou de matière, phénomènes de mouvement, algorithme de commande ou de filtrage optimal, etc.

Systèmes à Événements Discrets, séquentiels : les processus séquentiels sont caractérisés par une suite d'événements singuliers se succédant dans le temps, ils se déroulent en principe dans les systèmes logiques et sont décrits à l'aide de l'algèbre de Boole et de représentations du type **réseau de Pétri** ou **Grafcet**. Exemples : phases de démarrage et d'arrêt, usinage de pièces, cycles de robots, etc.

Systèmes "batch" ou par charges successives : cas particulier de systèmes pouvant être considérés des 2 points de vue. Exemple : un réacteur mélangeur fonctionne par cycles successifs, mais à l'intérieur d'un cycle, la variation de niveau pendant le remplissage et la vidange ou de la concentration pendant le mélange est un phénomène à évolution continue.

Systèmes monovariables (Single Input-Single Output) : systèmes à une seule entrée et une seule sortie (une seule équation différentielle).

Systèmes multivariables (Multiple Input-Multiple Output) : systèmes à plusieurs entrées et sorties (système d'équations différentielles).

Systèmes à paramètres concentrés : systèmes décrits par des équations différentielles (ou aux différences) ordinaires.

Systèmes à paramètres distribués : systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles. Exemple : évolution de la température d'un fluide au sein d'un échangeur au cours du temps et en fonction de la distance parcourue dans l'échangeur.

Systèmes déterministes : systèmes répondant de façon déterministe à des signaux déterministes.

Systèmes stochastiques : systèmes intrinsèquement aléatoires (coefficients des équations différentielles évoluant de façon aléatoire) ou systèmes déterministes soumis à des signaux aléatoires (prise en compte du bruit, de perturbations aléatoires).

Systèmes invariants : systèmes à paramètres constants, dont le fonctionnement est donc inchangé au cours du temps (équation différentielle à coefficients constants). La réponse d'un système invariant à une excitation donnée est la même quelque soit l'instant auquel cette excitation est appliquée :

$$y(t) = S[x(t)] \Rightarrow y(t - \tau) = S[x(t - \tau)]$$

Systèmes variants : systèmes à paramètres évolutifs, dont le fonctionnement change au cours du temps. Exemples : phénomènes d'usure ou de vieillissement d'une installation, fusée qui au cours de son ascension perd un étage et/ou consomme du comburant.

Systèmes linéaires : systèmes possédant les propriétés d'additivité et de proportionnalité et, donc, obéissant au **principe de superposition** (équations différentielles linéaires) :

$$\left. \begin{array}{l} y_1(t) = S[x_1(t)] \\ y_2(t) = S[x_2(t)] \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} y_1(t) + y_2(t) = S[x_1(t) + x_2(t)] & \text{additivité} \\ ay_1(t) = S[ax_1(t)] & \text{proportionnalité} \end{array} \right.$$

$$y(t) = \sum_k a_k y_k(t) = S[x(t) = \sum_k a_k x_k(t)] \text{ superposition}$$

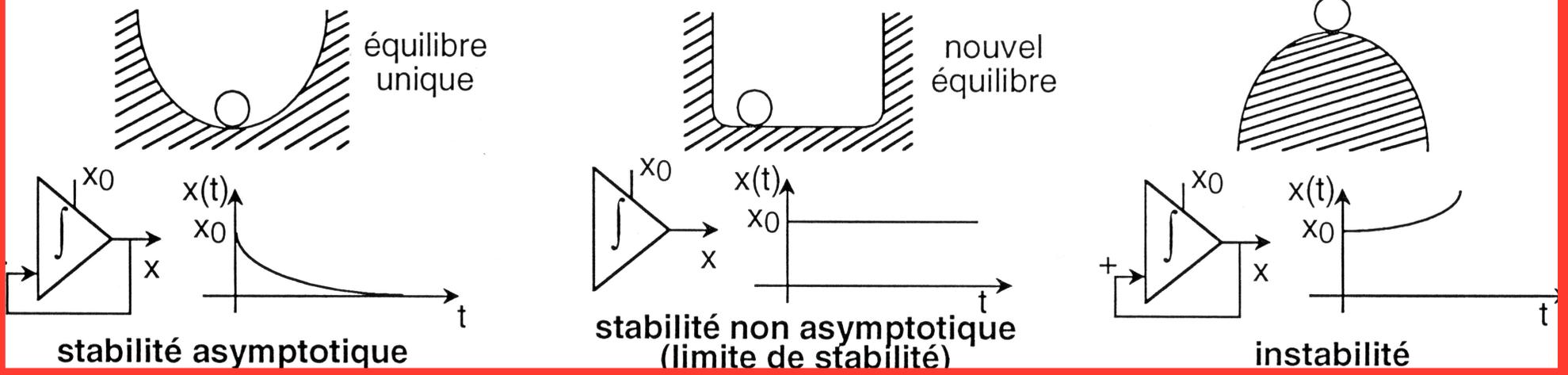
Systemes non-lineaires : systèmes ne vérifiant pas l'une des propriétés précédentes. Dans ce cadre, on distingue les systèmes non-linéaires par essence des systèmes linéarisables.

Systemes discrets : systèmes soumis à des signaux discrets. Ils sont décrits par des équations aux différences ou d'état discrètes, ou par une **fonction de transfert discrète** (T. en z).

Systemes continus : systèmes soumis à des signaux continus. Ils sont décrits par des équations différentielles ou d'état, ou des fonctions de transfert (T. Laplace). On peut avoir besoin d'une représentation discrète d'un système continu (système échantillonné) lorsqu'il fonctionne de pair avec un système discret. Dans ce cas, on utilise des équations d'état ou aux différences correspondant à une discrétisation de leur équivalent continu, ou une **fonction de transfert échantillonnée** (T. en z).

Systemes causals : un système causal est un système non anticipatif, c'est à dire dont les sorties ne dépendent pas d'entrées futures. C'est le cas des systèmes physiques. Contre-exemple : algorithme de moyennage d'un signal sur une fenêtre mobile.

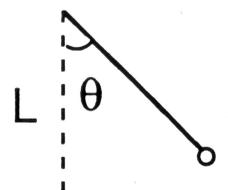
Système (asymptotiquement) stable : système pour lequel à toute entrée bornée correspond une sortie bornée (BIBO). De façon équivalente, on dit qu'un système est dans un état d'équilibre stable, si écarté de cet état (c'est à dire s'il est soumis à une entrée de durée finie), il tend à y revenir, éventuellement en oscillant (un système instable s'en écarte davantage). Illustration (systèmes libres soumis à une condition initiale $x_0 \neq 0$) :



Systèmes linéarisables : les systèmes physiques ne sont en général pas linéaires, puisque les caractéristiques de leurs **différents organes** ne le sont pas : les **amplificateurs** (transistors, vérins, ...) se **saturent**, les pièces mécaniques mobiles (engrenages, pistons, vannes, ...) se déplacent avec des **jeux** et des **frottements**, se déforment en transmettant les forces, les circuits magnétiques (moteurs, électroaimants,...) sont l'objet d'**hystérésis**, etc. Mais il faut distinguer les systèmes linéarisables, qui peuvent être étudiés à l'aide de modèles linéaires dans un **domaine de fonctionnement défini**, des systèmes intrinsèquement NL, pour lesquels des méthodes particulières doivent être développées.

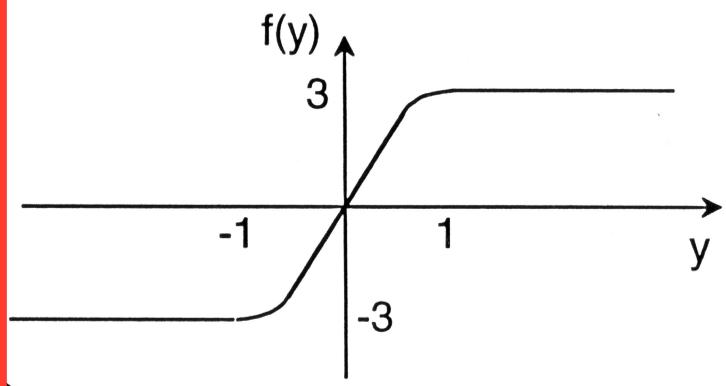
Exemples :

Mouvement au voisinage d'un point d'équilibre : on considère un pendule simple de longueur L, mais on se limite à de petits déplacements autour de la position d'équilibre $\theta = 0$:



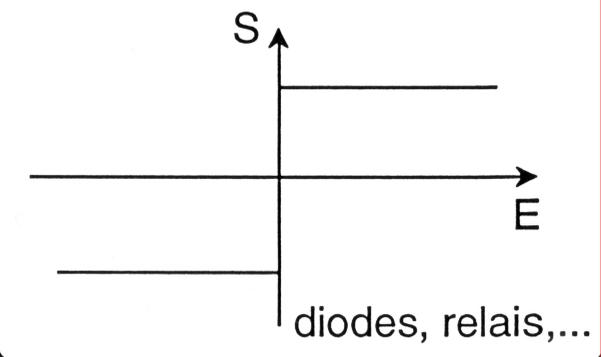
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0 \xrightarrow{\theta \neq 0} \ddot{\theta} + \frac{g}{L} \theta = 0$$

Système linéarisable par parties :



$$\ddot{y} + 3\dot{y} = f(y) \rightarrow \ddot{y} + 3\dot{y} = \begin{cases} -3 & y < -1 \\ 3y & |y| < 1 \\ 3 & y > 1 \end{cases}$$

Système NL par essence :
caractéristique E/S du type



Dans la suite, on s'intéresse essentiellement aux **Systèmes** dynamiques **Invariants Linéaires (SIL**, en anglais **LTI**) monovariabiles déterministes, pour la plupart causals, ou à des systèmes invariants **linéarisés autour d'un point de fonctionnement** qui peuvent donc être assimilés à des SIL. Il faut toutefois garder à l'esprit que les systèmes réels comportent en général des parties séquentielles, ne serait-ce que pour assurer les opérations de démarrage et d'arrêt du processus. D'autre part, les installations industrielles de grande taille sont en général organisées en **structure hiérarchisée** où différentes fonctions sont réalisées à chaque niveau : niveau de commande analogique, numérique ou séquentielle, niveau de **supervision**, **coordination**, niveau de **gestion de production**, etc. Les systèmes qui nous intéressent sont aux niveaux les plus bas de cette hiérarchie.

Les propriétés d'invariance et de linéarité présentées auparavant suffisent à préciser l'expression de la réponse, à un signal quelconque, d'un SIL, quelque soit sa structure, en fonction soit de sa **réponse impulsionnelle**, soit de sa **réponse fréquentielle** ou **harmonique**.

Bien sûr, dans la réalité, les systèmes ne sont en général ni déterministes (bruit), ni invariants (vieillessement) et rarement linéaires. Mais, d'une part ces hypothèses simplificatrices peuvent être approximativement vérifiées (RSB élevé, vieillissement à long terme, linéarisation, ...), d'autre part, elles permettent de bâtir une théorie cohérente, d'un usage commode.

On verra que le cas des systèmes échantillonnés est un peu particulier, car bien que traités comme tels, ces systèmes ne sont en fait ni linéaires ni invariants.