UNIVERSITÉ DE LORRAINE

# Bases de Données relationnelles


ESIAL 1ère année

Malika Smaïl-Tabbone

*Maître de conférences à l'UHP*

(malika@loria.fr)


## Chap. 3 : Modèle relationnel de données

1. Concepts du modèle relationnel
2. Passage du modèle entité-association au relationnel
3. Redondance des données et normalisation
4. Langages de manipulation des données (LMD)
    - a- Algèbre relationnelle (AR)
    - b- Calcul relationnel de tuples (CRT)



## Modèle relationnel : un peu d'histoire

E.F. Codd dans *CACM 1970*
« A Relational Model of Data for Large Shared Databanks »

Le modèle relationnel est un **modèle logique** associé aux SGBD relationnels (cf. processus de conception de BD)

Base de données vue par l'utilisateur =
Ensemble de **tableaux** (ou de **tables**)

Nombreux travaux fondamentaux sur les :
- méthodes de conception de BDR
- langages de manipulation des données



## Modèle relationnel : un peu d'histoire

SGBD relationnels

1976 : Premières réalisations (SYSTEM-R, INGRES)

1980 : Premières commercialisations

2003 : marché inondé (Oracle, Sybase, Informix, MS Access…)

Modèle relationnel : deux parties « théoriques »

- Concepts du modèle (*table, attribut, domaine* …)
- Langage de manipulation des données
    - langage algébrique ou algèbre relationnelle
    - langage prédicatif (formules du CP1) : CRT

## 1. Concepts du modèle relationnel
## a- Relations, attributs et tuples

- Une **relation** est caractérisée par :
  - un nom R
  - un ensemble d'attributs $A_1$, $A_2$, … $A_n$
- Si une relation a ***n*** attributs, ***n*** est son **arité**.
- Notation d'une relation

**R ($A_1$, $A_2$, … $A_n$)**

ex. **`Produit (numProd, libellé, pu)`**

- Une **base de données relationnelle** est un ensemble de relations liées entre elles.

5

## a- Relations, attributs et tuples

- Un **attribut** est caractérisé par :
  - un nom $A_i$
  - un domaine noté **dom($A_i$)**, ensemble des valeurs possibles de $A_i$

  ex. : *dom (pu) = ]0,10000]*

- Valeur **nulle** (notée **`NULL`**) : valeur particulière indiquant que la valeur d'un attribut n'est pas connue ou que l'attribut ne s'applique pas.

  ex1. Cas un client dont on ignore la ddn.

  ex2. Cas d'un employé ne possédant pas de téléphone.

6

## a- Relations, attributs et tuples

- Un **tuple** d'une relation R ($A_1$, $A_2$, … $A_n$) est un ensemble de valeurs **<$v_1$, $v_2$, …$v_n$>** telles que

$v_i \in$ dom ($A_i$)

ou

$v_i$ = NULL

ex. *<36, écrou, 5> est un tuple de la relation Produit*.

7

## a- Relations, attributs et tuples

L'**extension** d'une relation

- est l'ensemble de ses tuples
- est représentée par un **tableau** à deux dimensions
  - une **colonne** correspond à un **attribut**
  - une **ligne** correspond à un **tuple**

8

## Extension d'une relation Vin

*Nom de la relation* *Nom d'attribut*

**Vin**

| **Cru** | **Millésime** | **Région** | **Couleur** |
|---|---|---|---|
| Chenas | 1983 | Beaujolais | Rouge |
| Tokay | 1980 | Alsace | Blanc |
| Tavel | 1986 | Rhône | Rosé |
| Chablis | 1986 | Bourgogne | Blanc |
| St-émilion | 1987 | Bordelais | Rouge |

*tuple*



## a- Relations, attributs et tuples

Le schéma d'une relation est définie par :

- le nom de la relation
- la liste des attributs + domaines
- des contraintes d'intégrité

ex.
```
Produit(numProd : nombre entier,
        libellé : chaîne de caractères,
        pu : nombre réel)
```
Deux contraintes : `1) clé primaire : numProd`
`2) 0 < pu ≤ 10 000`



## b- Contraintes d'intégrité

- **Clé d'une relation** : Groupe d'attributs **minimum** qui identifie de manière **unique** un tuple dans une relation
  - cf. Notion d'identifiant de type d'entité dans modèle E-A
    ex : {cru, millésime,couleur} dans la relation Vins
    {no-sécu} dans une relation Personne.
- Toute relation doit avoir au moins une clé, c'est la **clé primaire**
  ex. numProd : clé primaire de Produit.
  {cru, millésime, couleur} : clé primaire de Vin.
- Notation : la clé primaire est **soulignée** dans le schéma.
  ex. Produit (numProd, libellé, pu)



## b- Contraintes d'intégrité

- **Clé étrangère d'une relation** : attribut(s) constituant la clé primaire d'une autre relation.
- Les clés étrangères définissent les CI référentielles
- Notation : la clé étrangère est en **italique** ou précédée de # dans le schéma.

ex. Soit la base de données :
```
Buveur (nb,nom,prénom)
Vin (nv, cru, millésime,degré)
Abus (nb,nv,date,quantité)
```

*Abus.nv* est une clé étrangère, référençant *Vin.nv*
*Abus.nb* est une clé étrangère, référençant *Buveur.nb*

## b- Contraintes d'intégrité

- **Contraintes liées au domaine** : les données doivent vérifier certaines conditions pour être cohérentes.

<u>ex</u>. `pu > 0 ET pu ≤10000`
`millésime > 1900`

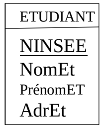


## 2. Passage du modèle entité-association au relationnel

**Transformation d'un schéma E/A en un schéma relationnel en 3 étapes**

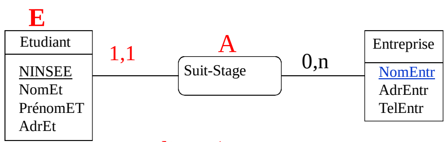


**Règle 1 :** Chaque entité se traduit par un schéma de relation composé de tous les attributs de l'entité. L'identifiant de l'entité devient clé primaire de la relation.




Retudiant (<u>NINSEE,</u> NomEt, PrénomET, AdrEt)

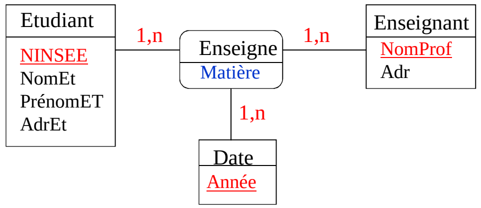
**Règle 2** : Association binaire ayant une cardinalité (0,1) ou (1,1), on ajoute dans le schéma de relation R qui traduit E l'identifiant de chacune des autres entités participant à l'association A ainsi que les attributs de l'association.




Retudiant (<u>NINSEE,</u> NomEt, PrénomET, AdrEt, **#NomEntr**)



**Règle 3 :** Pour une association dont les cardinalités sont toutes (0,n) ou (1,n), on crée un schéma de relation composé des identifiants des entités participant à l'association et des attributs de l'association.




Renseigne (<u>NINSEE, NomProf</u>, <u>Année</u>, Matière)

## Cas des entités faibles

Chaque **entité faible** I, donne une relation R qui comprend tous les attributs de I ainsi que la clé de l'entité identifiante

- La clé de R est la concaténation de la clé partielle de I et de la clé de l'entité identifiante.

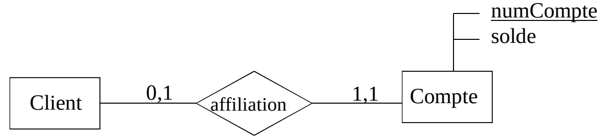
ex. Cas de l'entité faible **Exemplaire**

Ouvrage (numO, titre, auteur, éditeur)
Exemplaire (*num*O, numE, position, date-achat)



## Cas des associations binaires avec 0,1 et 1,1

ex. Dans l'exemple VPC, si un client peut posséder un compte :




## Cela donne 3 possibilités :

**Compte** (numCompte, solde)
**Client** (numCli, nom, prénom, ddn, rue, CP, ville, ***numCompte***)
*Ou alors :*
**Compte** (numCompte, solde, ***numCli***)
**Client** (numCli, nom, prénom, ddn, rue, CP, ville)
*Ou alors :*
**Client** (numCli, nom, prénom, ddn, rue, CP, ville, ***numCompte***, **solde**)

## Schéma relationnel complet de l'exemple VPC

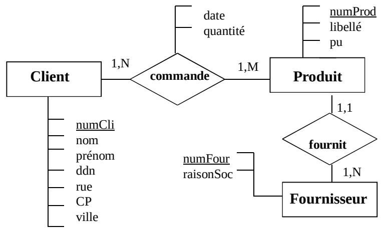
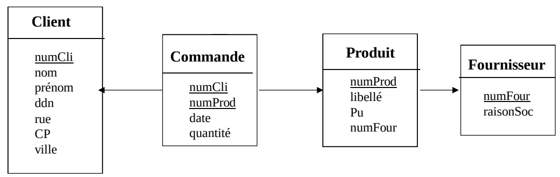



**Schéma relationnel**

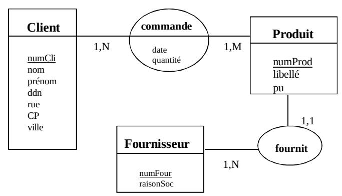
Client (numCli, nom, prénom, ddn, rue, CP, ville)
Produit (numProd, libellé, pu, ***numFour***)
Fournisseur (numFour, raisonSoc)
Commande (***numCli***, ***numProd***, date, quantité)



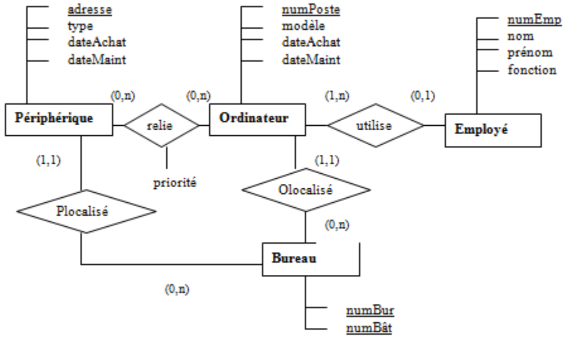
## Représentation graphique du modèle relationnel




**à ne pas confondre avec le modèle E/A !**



## A vous : Effectuer la traduction E/A → relationnel






## Chap. 3 : Modèle relationnel de données

1. Concepts du modèle relationnel
2. Passage du modèle entité-association au relationnel
3. **Redondance des données et normalisation**
4. Langages de manipulation des données (LMD)
   - a- Algèbre relationnelle (AR)
   - b- Calcul relationnel de tuples (CRT)



## 3. Redondance de données et normalisation

Exemple d'une gestion de stocks : des produits sont stockés dans des dépôts dans certaines quantités

- Soit une relation simple dont le schéma est :

**Produit (numP, libelléP, puP, numD, qté, adrD, volumeD)**

- et son extension :

| numP | libelléP | puP | numD | qté | adrD | volumeD |
|---|---|---|---|---|---|---|
| P1 | K7 | 24 | d1 | 300 | Nancy | 9000 |
| P1 | K7 | 24 | d2 | 500 | Laxou | 6000 |
| P2 | Vis12 | 0.2 | d4 | 900 | Nancy | 20000 |



## 3. Redondance de données et normalisation

On constate :

- que la relation est **redondante**
- qu'il y a **risque d'introduction d'incohérence**
- qu'il y a **risque de perte d'information**

**Normalisation =** moyen d'éliminer la redondance à double but :

- suppression des problèmes de mise à jour
- réduction de l'espace de stockage

## 3. Redondance de données et normalisation

**Les dépendances fonctionnelles (DF)**

Soit R(X,Y,Z) une relation ou X,Y,Z sont des ensembles d'attributs. Z peut être vide.

Définition :

***L'ensemble d'attributs Y dépend fonctionnellement de l'ensemble d'attributs X dans la relation R si la valeur de X détermine la valeur de Y dans toute extension de R.***

Notation : $\mathbf{X \rightarrow Y}$

**Ex**. Produit (numProd, libellé, pu)

numProd → libellé *le numéro d'un produit détermine son libellé*

numProd → pu *e numéro d'un produit détermine son prix unitaire*



## 3. Redondance de données et normalisation

**Dépendances fonctionnelles et clé de relation**

Soit R($A_1$, $A_2$, ..., $A_n$) un schéma de relation, et X un sous-ensemble de ($A_1$, $A_2$, ..., $A_n$)

**X est une clé de R** si et seulement si :

- X ⟶ ($A_1$, $A_2$, ..., $A_n$)
- et X est minimal



## 3. Redondance de données et normalisation

**Propriétés des DF**

*Réfexivité* : Si $Y \subseteq X$ alors $X \rightarrow Y$

*Augmentation* : si $W \subseteq Z$ et $X \rightarrow Y$ alors $X,Z \rightarrow Y,W$

*Transitivité* : si $X \rightarrow Y$ et $Y \rightarrow Z$ alors $X \rightarrow Z$

*Pseudo-transitivité* : si $X \rightarrow Y$ et $Y,Z \rightarrow T$ alors $X,Z \rightarrow T$

*Union* : si $X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z$ alors $X \rightarrow Y,Z$

*Décomposition* : si $Z \subseteq Y$ et $X \rightarrow Y$ alors $X \rightarrow Z$

Précision : X,Y est équivalent à $X \cup Y$



## Les formes normales

**Première forme normale (1NF)**

*Une relation est en 1NF si chacun de ses attributs a un domaine **atomique** (non décomposable) et **monovalué**.*

Ex1. La relation

**Personne (nom, prénoms, âge)**

n'est pas en 1NF si l'attribut prénoms peut avoir cette valeur : {julien, marc, christophe}

## Les formes normales

**Deuxième forme normale (2NF)**

*Une relation est en 2NF si :*

*- elle est en 1NF*

*- et tout attribut n'appartenant pas à la clé ne dépend pas d'une partie de la clé.*

Ex. **Client(numCli, nom, prénom, ddn, rue, CP, ville)**

la relation Client est en 2NF



## Les formes normales

**Deuxième forme normale (2NF)**

**Stock (numProd, numDép, libelléProd, qtéStockée)**

La relation Stock n'est pas en 2NF car

numProd→libelléProd

**Stock** peut être décomposée en deux relations en 2NF :

**Produit (numProd, libelléProd)**

**Stock2 (numProd, numDép, qtéStockée)**



## Les formes normales

**Troisième forme normale (3NF)**

*Une relation est en 3NF si :*

*- elle est en 2NF*

*- et il n'existe aucune DF entre attributs non clé.*



## Les formes normales

**Troisième forme normale (3FN)**

Ex. La relation

**Avion (no-avion, constructeur, type, capacité)**

n'est pas en 3NF puisque

type → constructeur et type → capacité

Décomposition en deux relations en 3NF

**Avion2 (no-avion, type)**

**Modèle (type, constructeur, capacité)**

## Décomposition d'une relation

- Toute relation a au moins une décomposition en 3NF qui est sans perte d'information* et qui préserve** les dépendances fonctionnelles.

* : *la relation initiale est obtenue par <u>jointure naturelle</u> des relations issues de sa décomposition.*

** : *pour chaque DF, au moins une relation issue de la décomposition <u>contient les parties gauche et droite</u> de la DF*

- **Théorème de Heath :**

Une relation **R(A,B,C)** telle que **A → B** est égale à la jointure de ses projections sur **(A,B)** et **(A,C)**

La décomposition de R en deux relations **R1** (**A**,**B**) et **R2** (**A**,**C**) préserve la DF **A → B** et est sans perte d'information

33

## Démarche naïve pour la normalisation d'une relation

1. Identifier les DF
2. Choisir une DF et appliquer le théorème de Heath pour décomposer la relation (qui n'est pas en 3NF)
3. Pour chaque relation issue de la décomposition qui n'est pas en 3NF, itérer à 2.

*Le processus aboutit à une liste de relations en 3NF (décomposition sans perte d'information) mais* ***certaines DF peuvent être perdues***

34

## Exemple de normalisation(1/3)

Soit la relation :

**FILM (no-exploitation, titre, réalisateur)**

et les D.F. suivantes :

no-exploitation → titre

titre → réalisateur

Sous quelle forme normale est cette relation ?

35

## Exemple de normalisation (2/3)

1NF ? Oui, car tous les attributs sont simples.

2NF ? Oui, car si on choisit {no-exploitation} comme clé primaire, tous les attributs non clé dépendent de la clé.

DF1 : no-exploitation → titre

DF2 : titre → réalisateur

et par transitivité :

DF3 : no-exploitation →réalisateur.

3NF ? **Non**, car DF2 est une D.F. entre deux attributs non clé

36

### Exemple de normalisation (3/3)

Décomposition en utilisant DF2

**FILM1 (<u>no-exploitation</u>, *titre*)**

**FILM2 (<u>titre</u>, réalisateur)**

- Ces deux relations sont en 3NF et toutes les D.F. sont conservées.

- FILM = JOIN(FILM1,FILM2)

37

### Chap. 3 : Modèle relationnel de données

1. Concepts du modèle relationnel
2. Passage du modèle entité-association au relationnel
3. Redondance des données et normalisation
4. **Langages de manipulation des données (LMD)**
   - **a- Algèbre relationnelle (AR)**
   - b- Calcul relationnel de tuples (CRT)

38

## 4.a- Algèbre relationnelle (A.R.)

A.R. : Langage de manipulation de données relationnelles
**E. CODD (1970)**

A.R. : huit opérateurs s'appliquant à une ou deux relations et donnant une relation comme résultat

- Union, intersection, différence
- Restriction (sélection)
- Projection
- Produit cartésien
- Jointure
- Division

39

## Opérateur d'union

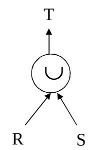
*Définition*

L'**union** de deux relations R et S de même schéma est une relation T de même schéma contenant l'ensemble des tuples de R et S.

*Notation*

$T = R \cup S$

T = UNION (R,S)




40

*Exemple d'union de relations*

**VINS-1**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |

**VINS-2**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 200 | Sancerre | 1979 | 11 |

**VINS-3 = UNION (VINS-1,VINS-2)**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |
| 200 | Sancerre | 1979 | 11 |



# Opérateur d'intersection

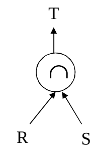
*Définition*

L'**intersection** de deux relations R et S de même schéma est une relation T de même schéma contenant l'ensemble des tuples appartenant simultanément à R et à S.

*Notation*

$T = R \cap S$

T = INTERSECT (R,S)






*Exemple d'intersection de relations*

**VINS-1**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |

**VINS-2**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 200 | Sancerre | 1979 | 11 |

**VINS-4 = INTERSECT(VINS-1,VINS-2)**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |



# Opérateur de différence

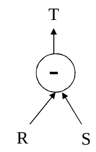
*Définition*

La **différence** de deux relations R et S de même schéma est une relation T de même schéma contenant l'ensemble des tuples appartenant à R et n'appartenant pas à S.

*Notation*

$T = R - S$

T = MINUS (R,S)



*Exemple de différence de relations*

**VINS-1**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |

**VINS-2**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 200 | Sancerre | 1979 | 11 |

**VINS-5 = MINUS (VINS-1, VINS-2)**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |



# Opérateur de projection

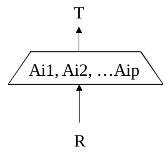
*Définition*

La **projection** d'une relation R de schéma R(A1, A2,...,An) sur les attributs {Ai1, Ai2, ... , Aip} est une relation R' de schéma R' (Ai1, Ai2, ..., Aip) dont les tuples sont obtenus par élimination des attributs de R n'appartenant pas à R' et par suppression des tuples en double.

*Notation*

$T = \Pi_{\{Ai1, Ai2, ..., Aip\}} (R)$

T = PROJECT (R / {Ai1, Ai2, ..., Aip})






*Exemple de projection de relation*

**VINS-6**

| **Numéro** | **Cru** | **Millésime** | **Degré** |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |
| 200 | Sancerre | 1977 | 12 |

**VINS-7 = PROJECT (VINS-6 / {Millésime, Degré})**

| **Millésime** | **Degré** |
|---|---|
| 1974 | 12 |
| 1978 | 13 |
| 1977 | 12 |



# Opérateur de restriction (ou de sélection)

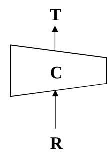
*Définition*

La restriction d'une relation R à l'aide d'une condition C est une relation R' de même schéma dont les tuples sont ceux de R satisfaisant la condition C.

*Notation*

$T = \sigma_C (R)$

T = RESTRICT (R / C)



*Exemple de restriction de relation*

**VINS-6**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |
| 200 | Sancerre | 1977 | 12 |

**VINS-8 = RESTRICT (VINS-6 / Degré = 12)**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |
| 200 | Sancerre | 1977 | 12 |



## Condition de restriction (sélection)

La condition C d'une restriction est une formule logique quelconque avec des connecteurs **ET** ($\wedge$) et **OU** ($\vee$) entre conditions simples de la forme $\mathbf{A_i}\ \boldsymbol{\theta}\ \mathbf{a}$

où

- $\mathbf{A_i}$ est un nom d'attribut
- **a** est un élément du domaine de $\mathbf{A_i}$ (constante)
- $\boldsymbol{\theta}$ est un des opérateurs **=, <, >, ≠, >=, <=**

ex. (`Cru="Chablis"` ∨ `Cru="Mâcon"`)∧ `Millésime < 1988`



## Produit cartésien

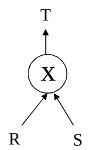
*Définition*

Le produit cartésien de deux relations R et S (de schémas quelconques) est une relation T ayant pour attributs la concaténation de ceux de R et de S et dont les tuples sont toutes les concaténations d'un tuple de R à un tuple de S (renommage des attributs de même nom).

*Notation*

T = R x S

T = PRODUCT (R,S)






*Exemple de produit cartésien de relations*

**VINS-2**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 200 | Sancerre | 1979 | 11 |

**VITICULTEURS**

| Nom | Ville | Région |
|---|---|---|
| Nicolas | Pouilly | Bourgogne |
| Martin | Bordeaux | Bordelais |

**VIGNOBLE = PRODUCT (VINS-2, VITICULTEURS)**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré | Nom | Ville | Région |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 | Nicolas | Pouilly | Bourgogne |
| 100 | Chablis | 1974 | 12 | Martin | Bordeaux | Bordelais |
| 200 | Sancerre | 1979 | 11 | Nicolas | Pouilly | Bourgogne |
| 200 | Sancerre | 1979 | 11 | Martin | Bordeaux | Bordelais |

# Opérateur de jointure

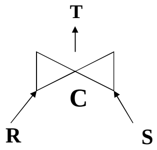
*Définition*

La jointure de deux relations R et S selon une condition C est l'ensemble des tuples du produit cartésien R X S satisfaisant la condition C.

*Notation*

$T = R \downarrow_C S$

$T = \text{JOIN}\ (R, S/C)$




*N.B.* $R \downarrow_C S = \sigma_C\ (R \times S)$

53

*Exemple de jointure de relations*

**VINS-1**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré |
|---|---|---|---|
| 100 | Chablis | 1974 | 12 |
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |

**VITICULTEURS-BIS**

| Nom | Ville | Région |
|---|---|---|
| Nicolas | Pouilly | Bourgogne |
| Félix | Mâcon | Bourgogne |

**V-BIS = JOIN (VINS-1, VITICULTEURS-BIS / Cru = Ville)**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré | Nom | Ville | Région |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 | Félix | Mâcon | Bourgogne |

54

# Jointure naturelle

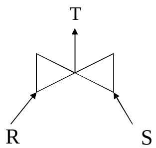
*Définition*

La jointure naturelle de deux relations R et S est l 'équi-jointure (opérateur d'égalité) de R et S sur tous leurs attributs communs.

*Notation*

$T = R \downarrow S$

$T = \text{JOIN}\ (R, S)$




55

*Exemple de jointure naturelle de relations*

**VINS-1**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré |
|---|---|---|---|
| 150 | Riesling | 1984 | 11 |
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |

**VITIC**

| Nom | Numéro | Région |
|---|---|---|
| Nicolas | 150 | Alsace |
| Félix | 120 | Bourgogne |

**VINS-C = JOIN (VINS-1, VITIC )**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré | Nom | Région |
|---|---|---|---|---|---|
| 150 | Riesling | 1984 | 11 | Nicolas | Alsace |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 | Félix | Bourgogne |

56

# Jointure externe

Jointure externe : inclure les tuples « célibataires » dans la jointure naturelle

- Jointure externe à gauche

  R =↓ S (jointure de R et S + «célibataires» de R)

- Jointure externe à droite

  R ↓= S (jointure de R et S + «célibataires» de S)

- Jointure externe pleine

  R =↓= S (jointure + «célibataires» de R et de S )

57

*Exemple de jointure externe à gauche :*

*chercher les informations sur les vins et leur viticulteur en incluant les vins qui n'ont pas de viticulteur*

**VINS-1**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré |
|---|---|---|---|
| 150 | Riesling | 1984 | 11 |
| 110 | Mecurey | 1978 | 13 |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 |

**VITIC**

| Nom | Numéro | Région |
|---|---|---|
| Nicolas | 150 | Alsace |
| Félix | 120 | Bourgogne |

**VINS-C = VINS-1 =➪ VITIC**

| Numéro | Cru | Millésime | Degré | Nom | Région |
|---|---|---|---|---|---|
| 150 | Riesling | 1984 | 11 | Nicolas | Alsace |
| **110** | **Mecurey** | **1978** | **13** | **null** | **null** |
| 120 | Mâcon | 1977 | 12 | Félix | Bourgogne |

58

# Opérateur de division

*Définition*

La division d'une relation R(X,Y) par une relation S(Y) est la projection de R sur X restreinte aux tuples en liaison avec **tous** les tuples de S.

*Notation*

$T= R \div S$

*Définition formelle*

$R(X,Y) \div S(Y) = T(X) =\{ <x> \mid \forall\ y, <y> \in S \Rightarrow <x,y> \in R \}$

59

*Exemple de division de relations*

**Produit**

| numProd | libellé | pu |
|---|---|---|
| P1 | K7 | 5.5 |
| P2 | Vis | 0.3 |
| P3 | Ecrou | 0.4 |

**Stock**

| numProd | numDep | qté |
|---|---|---|
| P1 | D1 | 1000 |
| P1 | D2 | -100 |
| P1 | D4 | 1200 |
| P2 | D1 | -400 |
| P2 | D2 | 2000 |
| P2 | D4 | 1500 |
| P3 | D1 | 3000 |
| P3 | D4 | 2000 |

Numéro des dépôts stockant tous les produits :

$(\Pi_{\{numProd,numDep\}}\ Stock) \div (\Pi_{\{numProd\}}\ Produit)$

| numDep |
|---|
| D1 |
| D4 |

## Exemple de requête algébrique (1/2)

```
Client (numCli, nom, prénom, ddn, rue, CP, ville)
Produit (numProd, libellé, pu, numFour)
Fournisseur (NumFour, raisonSoc)
Commande (numCli, numProd, date, quantité)
```

<u>Ex. de question complexe</u> : `Donner les produits commandés en quantité supérieure à 100 et dont le prix dépasse 1000€ . On affichera les numéros de produit, leur libellé et leur prix unitaire ainsi que la date de la commande.`

Une requête algébrique = composition d'opérateurs algébriques

Notons **Res** la relation résultat ($R_1$, $R_2$, $R_3$ : relations intermédiaires)



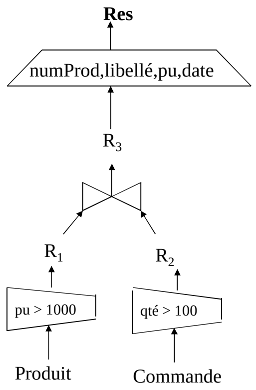
## Exemple de requête algébrique (2/2)

$R_1 = \sigma_{pu > 1000}$ (Produit)

$R_2 = \sigma_{qté > 100}$ (Commande)

$R_3 =$ R1 $\downarrow$ R2

**Res** $= \Pi_{\{numProd,\ libellé,\ pu,\ date\}}(R3)$






## A.R. : Ensemble minimal d'opérateurs

• Les requêtes (SQL) dans les SGBDR sont transformées en expressions algébriques

• Cinq opérateurs sont nécessaires (ensemble minimal)
union, différence, projection, produit cartésien, sélection

• Les autres opérateurs s'expriment en fonction des précédents.



## A.R. : Quelques propriétés des opérateurs

Quelques règles d'équivalence

- $\sigma_{c1 \wedge c2}(R) = \sigma_{c1}(\sigma_{c2}(R))$
- $\sigma_{c1}(\sigma_{c2}(R)) = \sigma_{c2}(\sigma_{c1}(R))$
- $\Pi_{liste1}(\Pi_{liste2}(R)) = \Pi_{liste1}(R)$
- $R \downarrow_C S = S \downarrow_C R$ *(jointure externe gauche ou droite)*
- $R \downarrow_C (S \downarrow_{C'} T) = (R \downarrow_C S) \downarrow_{C'} T$

Propriétés utilisées pour l'**optimisation** de requêtes dans les SGBDR

## 4.b Calcul Relationnel de Tuples (CRT)

- CRT = Langage du 1er ordre (CP1) pour manipuler des données relationnelles ayant le même pouvoir d'expression que l'algèbre relationnelle.

- Exemple de requête : $\{ t.a_1, t.a_2, \ldots, t.a_n \mid p(t) \}$
  - Le **résultat** de la requête inclut tous les tuples **t** qui rendent la formule **p(t) vraie**.
  - La **formule** est définie récursivement en partant de **formules atomiques** et en construisant des formules de plus en plus complexes au moyen des **opérateurs (connecteurs) logiques**.

65

## Syntaxe d'un langage du 1er ordre

- L = (A,F)
  - A : Alphabet
  - F : Formules (bien formées) construites sur A
- A contient
  - {Constantes} : a, b, c ...
  - {Variables} : x, y, z ...
  - {Fonctions} avec arité : f( ), g( ), h( ) ....
  - {Prédicats*}avec arité : P( ), Q( ), R( ) ....

*: appelés aussi relations (fonctions booléennes à 2 valeurs Vrai/Faux)

66

## Syntaxe d'un langage du 1er ordre

- Définition d'un **terme**
  - Toute constante est un terme
  - Toute variable est un terme
  - Si **t1, t2, ..tn** sont des termes et si **f** est une fonction n-aire, alors **f(t1, t2, ..,tn)** est un terme
- Définition d'un **atome**
  - Si **t1, t2, ..., tn** sont des termes et si **P** est un prédicat n-aire alors **P(t1, t2, .., tn)** est un atome
- Définition d'une **formule**
  - Tout atome est une formule
  - Si **P** et **Q** sont deux formules alors

    $\neg P$ , $P \vee Q$ , $P \wedge Q$ , $P \Rightarrow Q$ , $P \Leftrightarrow Q$ , $\forall x\ P(x)$ , $\exists x\ P(x)$

    sont des formules

67

## Sémantique d'un langage du 1er ordre

- Exemples de formules (Syntaxe)
  - Grand-père (Jean , Marie)
  - Egal(double(4) , 8)
  - $\forall$x NOMBRE(x) $\Rightarrow$ ($\exists$y PLUSGRANDQUE(y, x)
- Sémantique : sens d'une formule (V/F)
  - Théorie de la preuve
  - Théorie du modèle : Tables de vérité
    - Quand on attribue des valeurs a chaque terme et à chaque symbole de prédicat dans une formule on dit qu'une **interprétation** est donnée à la formule ou qu'on l'évalue
      - Résultat : Vrai ou Faux

68

## CRT et langage du 1er ordre

- CRT est un langage du 1er ordre en considérant que dans les formules :
  - Les prédicats comportent :
    - Comparateurs logiques (=, ¬ =, >, >=…)
    - Prédicat unaire pour chaque relation (même nom)
  - Les variables sont associées à des tuples de relations
  - Les termes sont :
    - Constantes associées aux éléments des domaines
    - Fonctions de projection d'une variable de relation sur un de ses attributs (p.nom, p.pu…)

*Résultat* de la requête **{ $t.a_1$,…, $t.a_n$, $s.b_1$, …$s.b_k$ | p(t,s) }**

- projections sur les attributs **$a_1$… $a_n$** des tuples **t** qui rendent vraie la formule **p(t,s)**
- projections sur les attributs **$b_1$… $b_n$** des tuples **s** qui rendent vraie la formule **p(t,s)**

69

## CRT : Variables liées / variables libres

∀x ( P(x) => Q(x, y) )

**x** est une variable **liée** et **y** est une variable **libre**.

Une formule ne peut être évaluée que lorsque toutes les variables sont liées.

- Une restriction s'impose sur la définition d'une requête en CRT $\{t.a_1, t.a_2\ldots, t.a_n \mid p(t)\}$
  - La variable **t** qui apparaît à la gauche de `|' doit être la **seule** variable **libre** dans la formule p(t)

70

## Exemples de requêtes dans le CRT

Soit la BDR de schéma :

Produit (<u>numProd</u>, libellé, pu)

Dépôt (<u>numDep</u>, capacité, adresse)

Stock (<u>numProd, numDep</u>, qté)

La formule **Produit (p)** signifie **p** est un tuple de la relation Produit

La constante **p.numProd** désigne le numéro du produit **p**

- Nom et prix unitaire de tous les produits

**{ p.libellé, p.pu | Produit (p) }**

- Numéro des produits stockés dans le dépôt 'D2'

**{ p.numProd | Produit (p) ∧ ∃s**
**(Stock(s) ∧ s.numProd=p.numProd ∧ s.numDep = 'D2') }**

- Adresse et numéro des dépôts stockant tous les produits

**{ d.adr, d.numDep | Dépôt (d) ∧ ∀p**
**(Produit(p) ⇒ ∃s (Stock(s) ∧ p.numProd=s.numProd ∧ s.numDep=d.numDep))}**

71

## Calcul Relationnel de Tuples : Bilan

- Le Calcul relationnel de tuples est non-opérationnel (comme l'Algèbre)
- On exprime dans les requêtes ce qu'on veut obtenir et non comment l'obtenir
  - C'est un langage **déclaratif**
- L'algèbre et le calcul relationnel de tuples ont le même pouvoir expressif (notion de complétude relationnelle)
  - Chaque requête exprimable en algèbre relationnelle l'est aussi en CRT et vice-versa
- SQL dérive de l'algèbre relationnelle et du CRT

72