Nombres Flottants

Arthur Garnier

3 Exercice 3

On pose $e = \frac{y-x}{x}$

e correspond à l'erreur relative signée

$ex = y - x \Leftrightarrow y = ex + x \Leftrightarrow y = x(1+e)$

Donc si :

$|u \cdot v| \in [m, \tilde{M}][]$

$(u \odot v) = (u \cdot v)(1+\varepsilon)$ avec $|\varepsilon| \leq \mu$

On parle d'underflow lorsque $fl(x) \neq x$ et $x \in [0, m]$

---

4 Exercice 4

$(0,2)_{10} = (0, d_1 d_2 d_3 d_4 ....)_2$

$0,2 = d_1 2^{-1} + d_2 2^{-2} + ...$

Idée : On multiplie par deux puis on prend la partie entière $\rightarrow$ On obtient d_1

$0,2 \times 2 = 0,4$

$d_1 = 0$

$0,4 = (0, d_2 d_3 d_4)_2$

$(0,8)_{10} = (0, d_3 d_4 ...)_2$

$0,8 \times 2 = 1,6$

$d_3 = 1$

$(0,6)_{10} = (0, d_4 d_5 d_6)_2$

$0,6 \times 2 = 1,2$

$d_4 = 1$

Puis ça recommence donc : $(0,2)_{10} = (0,0011001100110011...)_2$

5 Exercice 5

5.1

$x = \frac{a*b*c}{d*e}$

$x_c = ((a \otimes b) \otimes c) \oslash (d \otimes e)$

$a \otimes b = ab(1+\varepsilon_1)$ avec $|\varepsilon_1| \leq \mu$

$(a \otimes b) \otimes c = (a \otimes b)c(1+\varepsilon_2) = abc(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)$

$x_c = x\frac{(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)(1+\varepsilon_4)}{(1+\varepsilon_3)}$

5.2 Soustraction de deux nombres proches

Si x et y sont deux nombres flottants de même signe et tels que :

- $\frac{x}{2} \leq y \leq 2x$
- $\frac{y}{2} \leq x \leq 2y$

alors $x \ominus y = x - y$

$U = u + \delta u$ et $V = v + \delta v$

$e_u = \frac{\delta u}{u} = \frac{U-u}{u}$

$e_v = \frac{\delta v}{v} = \frac{V-v}{v}$

$q = u - v$

$Q = U \ominus V = U - V$

Montrer que : $Q = q(1+e_q)$ avec $e_q = r_u e_u - r_v e_v$

$r_u \frac{\delta y}{u} - r_v \frac{\delta v}{v} = \frac{u}{u-v}\frac{\delta u}{u} - \frac{v}{u-v}\frac{\delta v}{u} = \frac{\delta u}{u-v} - \frac{\delta v}{u-v} = \frac{\delta u - \delta v}{u-v} = e_q$

6 Exercice 7

6.1

$x = 10^{20}, y = 10^{20}$

$x^2 \oplus y^2 = inf$

Et $\sqrt{Inf} = Inf$

Or en réalité : $\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{2} \cdot 10^{20}$ qui lui n'est pas en overflow

6.2

$\sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{x^2(1+\frac{y^2}{x^2})} = \sqrt{x^2}\sqrt{1+(\frac{y}{x})^2} = |x|\sqrt{1+(\frac{y}{x})^2}$

```
xa = |x|
ya = |y|
Si xa >= ya alors
    F=xa;
    f=ya;
sinon
    F=ya;
    f=xa;
Si F==0
    retourner 0.0
sinon
    F*sqrt(1+(f/F)**2)
```

7 Exercice 9