# TD2

Arthur Garnier

## 5 Exercice 5

### 5.2

Comment “dériver” l’algorithme

On “voit” qu’on peut d’abord résoudre (1) $\rightarrow$ $y_1$ puis on obtient $y_2$ avec (2)

Hypothèse : à l’étape 1 on connait $y_1$, $y_2$, ... $y_{i-1}$

```
pour i de 1 à n faire
    y[i] = b[i]
    pour j de 1 à i-1 faire
        y[i]=y[i]-l[i,j]y[j]
    fin
fin
```

Pour la boucle interne on a $i-1$ itérations, avec un * et un -

Donc Nb * = Nb - = $\sum_{i=1}^{n}(i-1) = \sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$

Remontée :

```
pour i de n à 1 par pas de -1
    tmp = b[i]
    pour  j de i+1 à n
        tmp = tmp-u[i,j]x[j]
    fin
    xi=tmp/u[i,i]
fin
```

### 5.1

```
pour k de 1 à n-1
    si LU[k,k] = 0 gérer l'exception
    pour i de k+1 à n
        LU[i,k] = LU[i,k]/LU[k,k]
        pour j de k+1 à n
            LU[i,j] = LU[i,j] - LU[i,k]*LU[k,j]
```

à l'étape k on effectue n-k divisions

$(n-k)^2$ * et -

Cout : $\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)$ div et $\sum_{k=1}^{n-1}(n-k)^2$ * et -

# 7 Exercice 7

## 7.1

$KerA = x \in \mathbb{R}^n : Ax = 0 \supset 0$

Soit $x \in KerA$, $Ax = 0 \Rightarrow x^T Ax = x^T 0 = 0 \Rightarrow x^T Ax = 0 \Rightarrow x = 0$

Or, comme A est définie positive on sait que $x^T Ax > 0, \forall x \in \mathbb{R}^n, x \neq 0$

## 7.2

### 7.2.1

$C_{i,k} = 0$ pour $j > i$ (0 dans le triangle supérieur)

$(CC^T)_{i,j} = \sum_{k=1}^{n}(C)_{i,k}(C^T)_{k,j} = \sum_{k=1}^{n} C_{i,k}C_{j,k}$

### 7.2.2

$a_{1,1} = (CC^T)_{1,1} = \sum_{k=1}^{n} C_{1,k}C_{1,k} = C_{1,1}C1,1$

$a_{1,1} = (C_{1,1})^2 \Leftrightarrow C_{1,1} = \sqrt{a_{1,1}}$

### 7.2.3

$A_{i,1} = \sum_{k=1}^{min(i,1)} C_{i,k}C_{1,k} = C_{i,1}C_{i,1}$ pour $i = 2, 3, ...n$

D'où $C_{i,1} = \frac{a_{i,1}}{c_{1,1}}, i = 2, ...n$